COMPOSIZIONE DI MOTI

Guida utente

olivetti education

olivetti

PUBLICATION ISSUED BY:

Ing. C. Olivetti & C., S.p.A.
Direzione Documentazione
77, Via Jervis - 10015 Ivrea (Italy)

Copyright © 1989, Olivetti
All rights reserved

INDICE

INDICE

1. PER UN PRIMO ORIENTAMENTO

PREMESSA 1-1

OBIETTIVI 1-4

A CHI È RIVOLTA L'UNITÀ DIDATTICA 1-5

CONTENUTI E STRUTTURA 1-5

MODALITÀ D'USO 1-8

2. COMPOSIZIONI DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI SU PERSONAL COMPUTER

CREAZIONE E UTILIZZO DELLA COPIA DI LAVORO 2-1

VERSIONE DI SISTEMA A DUE DRIVE 2-1

Creazione della copia di lavoro 2-1

Utilizzo abituale della copia di lavoro 2-2

VERSIONE DI SISTEMA CON HARD DISK 2-3

Installazione su hard disk 2-3

Utilizzo abituale dell'untà didattica 2-4

UTILIZZO DELLE UNITÀ DIDATTICHE IN RETE 2-5

INSTALLAZIONE SUL SERVER DI RETE 2-5

UTILIZZO ABITUALE DELL'UNITÀ DIDATTICA 2-6

Tastiere 2-8

3. ALCUNI CRITERI SCELTI NELLA COSTRUZIONE DEL PROGRAMMA

Avvertenze e convenzioni 3-1

PROVA INIZIALE 3-1

TASTIERA 3-1

IL RIFERIMENTO CARTESIANO 3-2

LA CONFERMA 3-2

PRECISIONE VIDEO O STAMPANTE 3-2

Avvertenza 3-5

Nota sul controllo della stampante 3-7

DATA E ORA 3-7

SEGNALAZIONE DI ERRORI 3-7

COME IMMETTERE DATI NUMERICI 3-7

A PROPOSITO DEL 'TEMPO' 3-9

L'INCREMENTO TEMPORALE 3-10

Avvertenza 3-10

Nota 3-11

TEMPI DI ESECUZIONE 3-26

A PROPOSITO DELLA PRECISIONE 3-26

4. ESAME PASSO-PASSO DELLE PRESTAZIONI DEL PROGRAMMA

Avvertenza 4-1

MENU 4-1

IL PROMEMORIA 4-2

CONTROLLO E CORREZIONE DI DATA E ORA 4-3

CONTROLLO DELLA PRECISIONE DELLA STAMPANTE E CORREZIONE 4-5

Nota 4-5

LUNGHEZZA DEL FOGLIO DI CARTA 4-6

SCELTA DEI MOTI COMPONENTI 4-7

INSERIMENTO DEI PARAMETRI DEL MOTO 4-20

INSERIMENTO DEI PARAMETRI DELLA GRAFICA 4-22

PUNTI-SEGNALE 4-38

LA FUNZIONE CHE CONTROLLA LA PERDITA DI ENERGIA 4-39

CICLO DI ESECUZIONE 4-54

Descrizione di ciò che compare sullo schermo durante il ciclo di esecuzione 4-54

OPZIONI 4-55

[c] continuazione 4-56

[m] scelta dei moti 4-56

[o] sovrapposizione di traiettorie 4-56

[p] valori dei parametri 4-57

[r] ripetizione 4-57

[s] stampe 4-58

Avvertenza 4-64

Nota sulla stampa diretta dello schermo 4-64

[t] termine 4-67

5. ANNOTAZIONI SUL PROGETTO DIDATTICO

USO DELLE MANI (e del tempo per osservare) 5-1

Ancora sull'uso delle mani 5-16

USO DEI RETICOLI 5-17

USO DEI GRAFICI 5-18

USO DEL CALCOLATORE 5-18

USO DELLA DOCUMENTAZIONE FOTOGRAFICA 5-18

IMMAGINE DALL'OSCILLOSCOPIO
E IMMAGINE DAL CALCOLATORE 5-19

IMMAGINE DAL DOPPIO PENDOLO (del Righi)
E IMMAGINE DAL CALCOLATORE 5-25

UN ALTRO METODO PER COMPORRE MOTI ARMONICI
SU ASSI ORTOGONALI 5-30

BREVE NOTA SULL'INSEGNAMENTO
DELLA GEOMETRIA ANALITICA 5-38

A PROPOSITO DELLA SIMULAZIONE 5-39

CHIARIMENTI NECESSARI SULLA APPROSSIMAZIONE 5-40

6. ESEMPI

UN PRIMO ESEMPIO DI LEZIONE 6-1

Calcolo dell'angolo relativo al valore minimo di V_A 6-6

Digressione su una interpretazione
analitica delle equazioni 6-11

Nota sul problema fondamentale della dinamica 6-34

UN SECONDO ARGOMENTO DI LEZIONE 6-38

1. L'ellisse ruota! 6-47

2. Calcolo dell'angolo di sfasatura
a partire dalla traiettoria 6-50

3. Calcolo del rapporto fra le frequenze
a partire dalla traiettoria 6-51

4. Il caso di una frequenza doppia dell'altra 6-58

5. Ancora sul comporre e scomporre 6-62

6. Altri esempi 6-62

7. QUALCHE IDEA PER GLI STUDENTI

COSTRUZIONE DI UN PENDOLO 7-1

COSTRUZIONE DI UN PROGRAMMA CHE SIMULI
IL MOTO DI UN PENDOLO 7-3

MISURE E VERIFICHE 7-10

8. MATRICI PER VERIFICHE ED ESERCIZI

CENNO SU UNA QUESTIONE CRITICA 8-11

ESERCIZI E COMPLEMENTI 8-12

A. APPENDICE

LE CARTE A-1

I. INDICE ANALITICO

Premessa I-1

Avvertenza I-2

1. PER UN PRIMO ORIENTAMENTO

PER UN PRIMO ORIENTAMENTO

Modi di disegnar tali linee ce ne son molti,
...uno de i quali è veramente maraviglioso.
(Galileo)

PREMESSA

Il programma *Composizione di moti su assi ortogonali* , è stato progettato dall'autore sotto la spinta di un'unica idea che ha fatto poi da germe di cristallizzazione per ulteriori sviluppi. Egli voleva far vedere agli studenti che, a partire dalla interpretazione matematica di un esperimento sul moto, si può riprodurre, mediante il calcolatore, un'immagine "perfettamente" corrispondente (sovrapponibile) all'immagine fotografica del corpo in moto. L'immagine, elaborata dal calcolatore, può essere visualizzata con un plotter o su uno schermo; in quest'ultimo caso si riescono a ottenere simulazioni molto efficaci fino ad "accompagnare" il corpo durante il suo moto (si veda, nel Capitolo 7, l'esperimento sul pendolo).

Nella presentazione dell'argomento agli studenti occorre distinguere alcuni momenti successivi che comportano approcci notevolmente differenziati: la preparazione dell'esperimento con la eventuale costruzione di alcuni dispositivi, l'esecuzione, la raccolta dei dati, l'analisi dei medesimi e i tentativi di interpretazione.

A questo proposito l'autore ritiene che, nell'insegnamento, vada detto che l'astrazione matematica è necessaria per organizzare i dati raccolti durante gli esperimenti; lo si può dire in modo molto efficace, con Poincaré: un insieme di dati non è scienza come un mucchio di pietre non è una casa.

Ma come far apprezzare la portata dell'astrazione a chi non la percepisce, immediatamente, per doti naturali? Ogni insegnante, interessato al problema, avrà, in merito, le sue risorse didattiche; qui si vuole semplicemente sottolineare che, fra le tante applicazioni "concrete" che si possono dedurre dalla trattazione matematica del problema, vi è quella di rappresentare proprio la situazione dalla quale si è partiti per sviluppare il processo di astrazione.

Due testi di Galileo sembrano particolarmente significativi per avviare il discorso:

PRIMO TESTO

> Salv. Modi di disegnar tali linee ce ne son molti, ma due sopra tutti gli altri speditissimi glie ne dirò io: uno de i quali è veramente maraviglioso, poiché con esso, in manco tempo che col compasso altri disegnerà sottilmente sopra una carta quattro o sei cerchi di differenti grandezze, io posso disegnare trenta e quaranta linee paraboliche, non men giuste sottili e pulite delle circonferenze di essi cerchi. Io ho una palla di bronzo esquisitamente rotonda, non più grande di una noce; questa, tirata sopra uno specchio di metallo, tenuto non eretto all'orizonte, ma alquanto inchinato, sì che la palla nel moto vi possa camminar sopra, calcandolo leggiermente nel muoversi, lascia una linea parabolica sottilissimamente e pulitissimamente descritta, e più larga e più stretta secondo che la proiezzione si sarà più o meno elevata. Dove anco abbiamo chiara e sensata esperienza, il moto de i proietti farsi per linee paraboliche: (...). La palla poi, per descrivere al modo detto le parabole, bisogna, con maneggiarla alquanto con la mano, scaldarla ed alquanto inumidirla, chè così lascierà più apparenti sopra lo specchio i suoi vestigii. (GALILEI, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* , Giornata seconda [*Opere* , VIII, 185-186; qui e di seguito citato secondo la ristampa dell'Ediz. Naz. *Le opere di Galileo Galilei* , I-XX, Firenze 1929-39])

SECONDO TESTO

> "La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intendere la lingua e conoscere i caratteri ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi e altre figure geometriche, senza i quali mezi è impossibile a intenderne umanamente parola". (GALILEI, *Il Saggiatore*, 6 [*Opere* VI, 232])

Nel primo testo viene descritto argutamente un esperimento atto a "maravigliare" e si afferma, senza dimostrazione, che le linee descritte sono parabole. (Per una ripetizione dell'esperimento di Galileo, eseguito con mezzi piú sofisticati, v. Figg. 6.15, 6.16 e relativo commento).

Nel secondo testo si afferma sostanzialmente che i mezzi offerti dalla matematica sono necessari per intendere quel "grandissimo libro" che è l'universo.

In altra parte della sua opera (GALILEI, *Discorsi* ... , Giornata quarta [*Opere* , VIII, 272-273]) Galileo dimostra che i corpi in caduta libera (o su un piano inclinato), dotati di velocità iniziale con componente orizzontale non nulla descrivono parabole ed è questo un altro motivo di "maraviglia" ancor più profondo giacché vediamo come egli impiega i mezzi offerti dalla matematica.

L'avvio dell'apprendimento della fisica si gioca tra questi due stupori:

— quello che deriva dal trovarsi ad osservare circostanze fisiche molto elementari proposte alla riflessione;

— quello che deriva dalla semplicità della interpretazione matematica che viene data di quel fenomeno e di tutti gli altri fenomeni che si possono ricondurre allo stesso schema concettuale.

È noto che non sono molti gli studenti capaci del primo tipo di stupore e che sono pochissimi quelli in grado di provare il secondo. Proprio per questo vale la pena di sottolineare l'efficacia dell'astrazione, utilizzando le leggi semplici ottenute dalla interpretazione (matematica) del fenomeno. Se, mediante le leggi, si riesce a riprodurre, in certo senso, una copia del fenomeno stesso, si consegue una prima verifica della "bontà" dell'interpretazione data. Inoltre le leggi formulate attraverso l'impiego della matematica consentono di fare delle previsioni: stabilire, ad esempio, con il calcolo, che il corpo lanciato da un punto sotto determinate condizioni, dovrà passare per certi altri punti.

Quando con gli studenti si fanno le prime prove del tipo indicato (cfr. Capitolo 6) diventa percepibile l'attesa e poi lo stupore per la verifica. Non si tratta di fare della stregoneria; al contrario, si tratta di mostrare la legittimità di certe previsioni e di comunicare quello stile per cui non ci si accontenta di enunciare un risultato ottenuto, prima di averlo accuratamente verificato.

In questa prospettiva (e non in quella di chi si diverte a premere sequenze di tasti che gli sono stati indicati) si può dire che:

Modi di disegnar tali linee ce ne son molti,
...uno de i quali è veramente maraviglioso.

Ma un altro ancora è non meno "maraviglioso": esso consiste nell'applicare quel contributo scientifico, che ci viene proprio da Galileo, per ottenere, sullo schermo del calcolatore, traiettorie paraboliche perfettamente previste perché soddisfacenti a prefissate condizioni.

Il programma *Composizione di moti su assi ortogonali* non si occupa solo del moto di corpi lanciati in campi di forze costanti ma prende in considerazione i vari tipi di moto abitualmente trattati nei corsi di fisica della scuola media superiore.

Un uso del programma che non contempli l'esecuzione effettiva di esperimenti in laboratorio e la discussione di alcuni problemi connessi rischia di farne perdere il significato. Aldo Aprile e Alberto Marinoni che hanno curato con l'autore quest'ultima versione del programma in MS-DOS per M24, quando erano studenti di liceo, hanno partecipato al lavoro che con altri compagni della loro classe è stato fatto nella officina della scuola per costruire apparecchi per esperimenti ed hanno manipolato in più occasioni la strumentazione del laboratorio. Evidentemente, l'autore non intende proporre di ripetere un'esperienza del genere che assorbirebbe molto tempo, ma vuole richiamare l'importanza di quel "fare" e del "riflettere" cui sono dedicate le annotazioni del Capitolo 5: egli ritiene infatti necessario che gli studenti usino la strumentazione del laboratorio e manipolino "cose", senza avere fretta e passando attraverso tutti gli insuccessi del caso. Solo a queste condizioni (a meno che non siano particolarmente dotati) potranno farsi un'idea, non del tutto scorretta, di ciò che significa "simulazione" in ambito scientifico.

OBIETTIVI

Il programma e il relativo manuale sono stati sviluppati avendo presenti i seguenti obiettivi:

1. Facilitare l'intelligenza di alcune nozioni cinematiche mostrando che ogni moto nel piano (e, per estensione dei concetti, nello spazio) può essere ricondotto, mediante proiezione, all'analisi di moti rettilinei.

2. Abituare alla distinzione fra leggi orarie e traiettoria.

3. Abituare ad eseguire stime di velocità e accelerazione sull'immagine fotografica di un oggetto lampeggiante, in moto.

4. Aiutare l'intuizione a cogliere il significato delle operazioni che consentono di passare dalle equazioni parametriche di un luogo alla equazione cartesiana.
5. Offrire semplici esempi di simulazione di esperimenti cinematici proponendo il confronto fra la fotografia che rileva le posizioni assunte da un corpo in moto e lo stampato ottenuto dal calcolatore come risultato della simulazione.

6. Rendere intelligibile, mediante qualche esempio, uno dei risultati più significativi della meccanica classica secondo la quale la conoscenza dello stato di un sistema, a un certo istante, consente la ricostruzione delle vicende trascorse dal sistema e la previsione sulla evoluzione futura.

7. Proporre l'elaborazione e l'approfondimento di qualche idea sul moto.

8. Esaminare, almeno in un caso, l'incidenza dell'attrito sui corpi in moto.

A CHI È RIVOLTA L'UNITÀ DIDATTICA

L'esigenza di illustrare i concetti cinematici attraverso la simulazione del moto ottenuta al calcolatore si è precisata sempre più nel corso dell'insegnamento della fisica tenuto dall'autore nel triennio del liceo scientifico. Ma il programma *Composizione di moti su assi ortogonali* non è utile a chi si limita a osservare una rassegna di immagini; se non si vuole rimanere alla superficie è necessario eseguire misure sugli stampati e risolvere alcuni degli esercizi proposti.

È richiesta la conoscenza dei rudimenti della cinematica.

L'unità didattica qui presentata potrà giovare agli studenti di scuola media superiore e a qualche studente del biennio universitario delle facoltà scientifiche, per raggiungere una maggiore familiarità con i concetti che vi sono trattati.

CONTENUTI E STRUTTURA

Possono essere composti su assi ortogonali, in tutte le combinazioni possibili, i seguenti moti: uniforme, uniformemente accelerato, armonico. Altri moti possono essere esaminati e composti usufruendo di una funzione introdotta per consentire un controllo della perdita di energia nel moto armonico; a questo proposito, fra i molti esempi contenuti nel manuale, si osservi la Fig. 4.17 e si tenga presente l'artificio segnalato nel § *La funzione che controlla la perdita di energia* del Capitolo 4, nonché il § *Esercizi e complementi* del Capitolo 8.

Fissati i valori dei parametri, compaiono sullo schermo tre sistemi di assi cartesiani:

- (t, x), (t, y) [per la rappresentazione delle leggi orarie]
- (x, y) [per la rappresentazione della traiettoria].

Con opportuna tecnica grafica si richiama l'attenzione sull'uguaglianza, istante per istante, fra le x del 1° e 3° sistema e fra le y del 2° e 3° sistema.

È possibile prefissare punti del piano e verificare, una volta calcolati opportunamente i parametri, che il punto mobile passi per essi.

Si può fermare l'esecuzione, proseguirla o ripeterla immmediatamente per agevolare la raccolta e il controllo delle osservazioni degli studenti.

Il programma favorisce la formulazione di diversi problemi ed esercizi riguardanti la cinematica. La struttura del programma, nelle sue parti, è schematizzata dal diagramma seguente (Fig. 1.1).

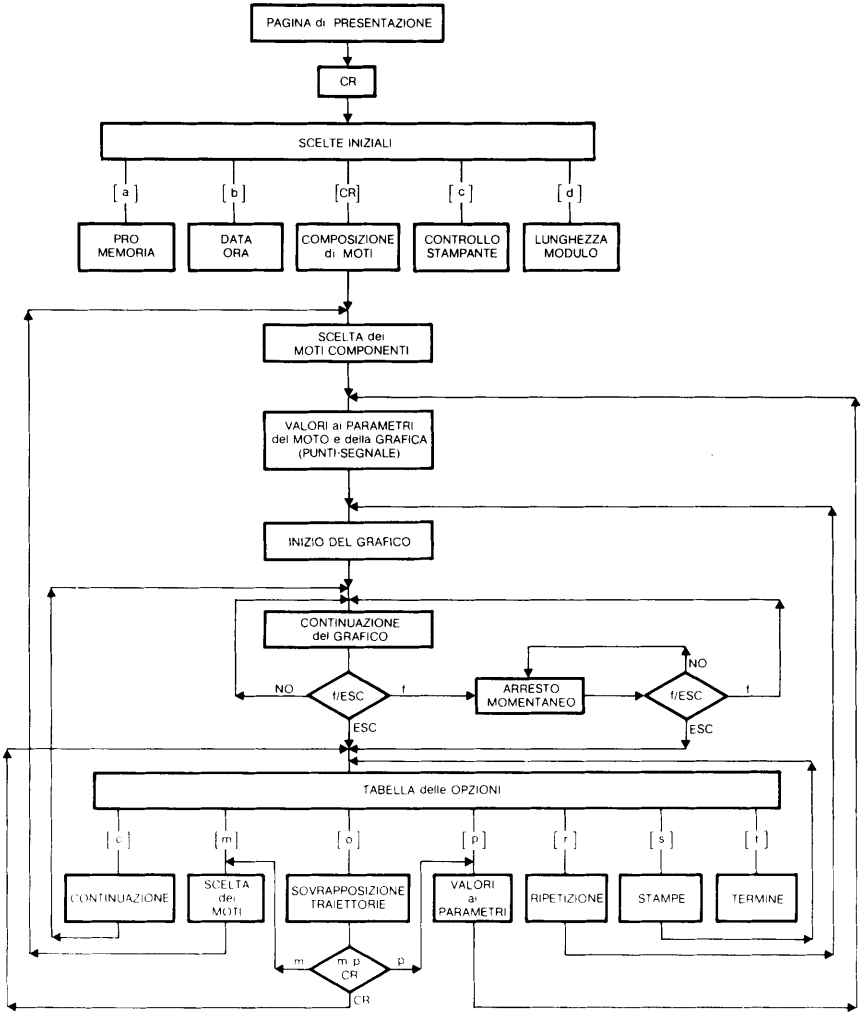


Fig. 1.1 Struttura del modulo

MODALITÀ D'USO

Viene facilitato il primo contatto con il programma offrendo una esecuzione quando, in risposta ad ogni domanda che compaia sullo schermo, venga premuto il tasto che reca il simbolo [↵].

Nella fase di immissione è possibile elaborare i valori numerici mediante operazioni aritmetiche.

Nel corso di ogni esecuzione viene offerta la possibilità della stampa di dati e grafici su fogli distinti. In luogo opportuno la stampa viene interrotta per accogliere commenti o esercizi; in base a strategie suggerite nel manuale l'insegnante potrà assegnare esercitazioni agli studenti consegnando loro un foglio (quello dei dati o quello dei grafici) e conservando per sè l'altro; ciò agevolerà le operazioni di correzione.

Suggerimenti più precisi sull'uso del programma potranno essere ricavati dalla lettura dei Capitoli 3 e 4.

Chi volesse orientarsi sulla metodologia didattica prenda visione dei Capitoli 5 e 6 con particolare attenzione agli esempi.

Gli insegnanti che fanno usare il programma qui presentato curino che gli studenti abbiano lavorato bene prima di recarsi alla macchina, per non disperdere il tempo in tentativi non organizzati razionalmente. Bisogna, a tutti i costi, evitare l'equivoco che l'uso del calcolatore durante una lezione ne costituisca il momento ludico. Con ciò non si intende escludere il piacere intellettuale di assistere alla verifica accurata di proprietà faticosamente preparate per lungo tempo o la soddisfazione che deriva dall'intuire qualche proprietà riflettendo sulle sequenze di immagini che il programma consente di ottenere.

2. COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI SU PERSONAL COMPUTER

CREAZIONE ED UTILIZZO DELLA COPIA DI LAVORO

È molto importante creare una copia di lavoro (o di backup) del programma applicativo per evitare la perdita parziale o totale di importanti informazioni. Viene denominata appunto copia di lavoro in quanto è consigliabile riporre l'originale ed iniziare l'attività con essa.

Di seguito viene riportata la procedura (differenziata a seconda del tipo di hardware in possesso dell'utente) per la creazione della copia di lavoro.

VERSIONE DI SISTEMA A DUE DRIVE

Creazione della copia di lavoro

1. Inserire nel drive A il dischetto di sistema MS-DOS. Premere contemporaneamente i tasti **CTRL** , **ALT** e **DEL** .

2. Se compaiono le richieste della data e dell'ora, ignorarle premendo **CR**. Inserire nel drive B un dischetto nuovo.

3. Digitare:

   format b:

   seguito da **CR**. Il sistema propone il seguente messaggio:

   Inserire un nuovo dischetto nel drive B:
   e premere ENTER quando pronto

   Premere un tasto qualsiasi per attivare il processo di formattazione. Al termine vengono visualizzate alcune informazioni e appare il seguente messaggio:

   Vuoi formattarne un altro (S/N)?

Premendo il tasto **n** viene riproposto il prompt A>.

4. Estrarre da A il dischetto di sistema MS-DOS ed inserire nel drive il dischetto contenente il programma applicativo (per cautela proteggere da scrittura tale dischetto applicando, sulla fessura presente sul lato destro, l'apposita etichetta argentata).

5. Digitare:

   copy a:*.* b:

   premendo di seguito **CR** . Con questo comando si provvede a copiare il contenuto del dischetto contenente il programma applicativo sul nuovo dischetto. Il sistema propone l'elenco di tutti i file che sta copiando, al termine riappare il prompt A>.

Utilizzo abituale della copia di lavoro

Per poter utilizzare l'unità didattica è indispensabile, come detto precedentemente, aver preparato una copia di lavoro seguendo le istruzioni riportate nel paragrafo precedente.

Ogni volta che si vuole utilizzare l'unità si deve procedere nel seguente modo:

- Accendere o resettare il Personal Computer.
- Inserire nel drive A il dischetto di sistema MS-DOS.
- Inserire la copia di lavoro in B.

e digitare:

b:

premendo di seguito **CR** . Digitare:

inizio b: a:

e premere **CR** . Con questo comando si specifica al sistema che **b:** è il drive in cui archiviare i dati, **a:** è il drive da cui prelevare i moduli MS-DOS necessari all'esecuzione del programma.

Dopo alcuni secondi, viene proposta su video l'immagine di presentazione dell'unità didattica.

Fig. 2.1

Premere **CR** per proseguire.

VERSIONE DI SISTEMA CON HARD DISK

Installazione su hard disk

Viene sottointeso che il sistema MS-DOS e tutti gli altri file MS-DOS siano stati copiati sull'hard disk. Se questo non è stato fatto, seguire le procedure riportate sui manuali MS-DOS GUIDA UTENTE e GUIDA ALL'INSTALLAZIONE E ALL'USO per preparare l'unità hard disk.

1. Inserire nel drive A il dischetto di sistema MS-DOS. Premere contemporaneamente i tasti **CTRL** , **ALT** e **DEL** .

2. Presente il prompt C> digitare:

   cd

   e premere **CR** .

3. Digitare di seguito:

   mkdir nome programma

   dove con **nome programma** l'utente si serve di un nome simbolico (max. 8 caratteri) per indicare il nome dell'unità didattica. Premere di seguito **CR** .

4. Presente il prompt C>, digitare:

   cd nome programma

   e premere **CR** .

5. Inserire nel drive A il dischetto contenente il programma applicativo (per cautela proteggere da scrittura tale dischetto applicando, sulla fessura presente sul lato destro, l'apposita etichetta argentata).

6. Digitare:

   copy a:*.* c:

   e premere **CR** .

7. Vengono visualizzati di volta in volta tutti i file copiati. Al termine, appare prompt C>; digitare:

   cd

   seguito da **CR** .

Utilizzo abituale dell'unità didattica

Dopo aver eseguito le istruzioni del paragrafo precedente, l'utente con hard disk deve eseguire i seguenti step:

- Accendere o resettare il Personal Computer.

- Digitare:

  cd nome programma

  seguito da **CR** .

- Di nuovo digitare:

  inizio c: c:

  e premere **CR** .

Dopo alcuni secondi, viene proposta sul video l'immagine di presentazione dell'unità didattica. (Fig. 2-1)

Premere **CR** per proseguire.

UTILIZZO DELLE UNITÀ DIDATTICHE IN RETE

Sono fornite all'utente le procedure per l'installazione e l'esecuzione del software didattico in una rete locale (OLINET-LAN).

INSTALLAZIONE SUL SERVER DI RETE

1. Inserire nel drive A il dischetto di sistema MS-DOS. Premere contemporaneamente i tasti **CTRL** , **ALT** e **DEL** .

2. Presente il prompt C> digitare

   cd

   e premere **CR** .

3. Digitare:

   cd nome libreria

   dove con **nome libreria** si intende il nome della directory contenente le unità didattiche. Premere **CR** .

4. Presente C:\>NOME LIBRERIA>, digitare di seguito:

   mkdir nome programma

   dove con **nome programma** l'utente si serve di un nome simbolico (max. 8 caratteri) per indicare il nome dell'unità didattica. Premere di seguito **CR** .

5. Presente il prompt C:\>NOME LIBRERIA>, digitare:

   cd nome programma

   e premere **CR** .

6. Compare il prompt C:\>NOME LIBRERIA\>NOME PROGRAMMA>

7. Inserire nel drive A il dischetto contenente il programma applicativo (per cautela proteggere da scrittura tale dischetto applicando, sulla fessura presente sul lato destro, l'apposita etichetta argentata).

8. Digitare:

   copy a:*.* c:

   e premere **CR** .

9. Vengono visualizzati di volta in volta tutti i file copiati. Al termine, appare prompt C:\>NOME LIBRERIA\>NOME PROGRAMMA>; digitare:

   cd

   seguito da **CR** .

UTILIZZO ABITUALE DELL'UNITÀ DIDATTICA

Per poter utilizzare l'unità didattica in rete è necessario averla precedentemente installata sul server di rete.

L'utente che usa un Personal Computer collegato in rete deve eseguire le seguenti operazioni:

- In ambiente MS-DOS\OLINET-LAN digitare:

  nome drive libreria:

  seguito da **CR** .

- Presente il prompt del drive libreria >, digitare:

  cd nome programma

  e premere **CR** .

- Inserire il dischetto di sistema MS-DOS nel drive A.

- Chiedere all'insegnante il nome del drive di lavoro in cui archiviare i dati e, avuta l'informazione, digitare:

  inizio nome-del-drive-di-lavoro: a:

Dopo alcuni secondi, viene proposta su video l'immagine di Fig. 2-1.

Tastiere

Le figure seguenti riproducono due tipi di tastiera e recano le indicazioni dei tasti significativi per il programma. Non è difficile adattare tali indicazioni ad altri tipi di tastiera.

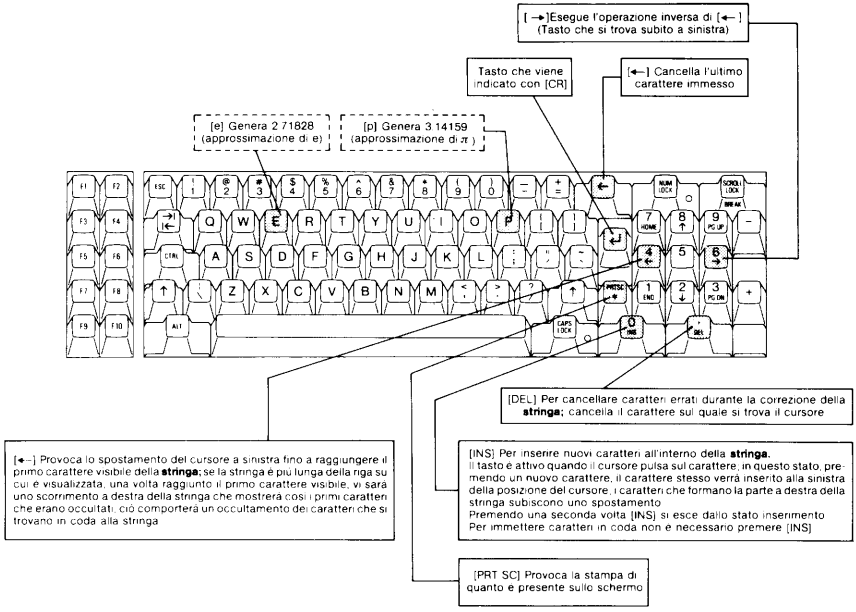


Fig. 2.2 Tastiera 1

LEGENDA

- Viene detta **stringa** ogni sequenza di caratteri (alfabetici, numerici o simboli di operazioni).
- Viene detto **cursore** un rettangolo luminoso che si puó far "correre" sulla stringa verso sinistra o verso destra, rispettivamente mediante i tasti [←], [→].

Le note sotto riquadrate riguardano:
- solo la stringa se vi compare il termine **stringa**
- solo dati numerici se la linea del riquadro è tratteggiata

N.B. Il programma prevede l'immissione di una stringa nella versione **stampa** e quando si deve battere l'espressione analitica di una funzione.

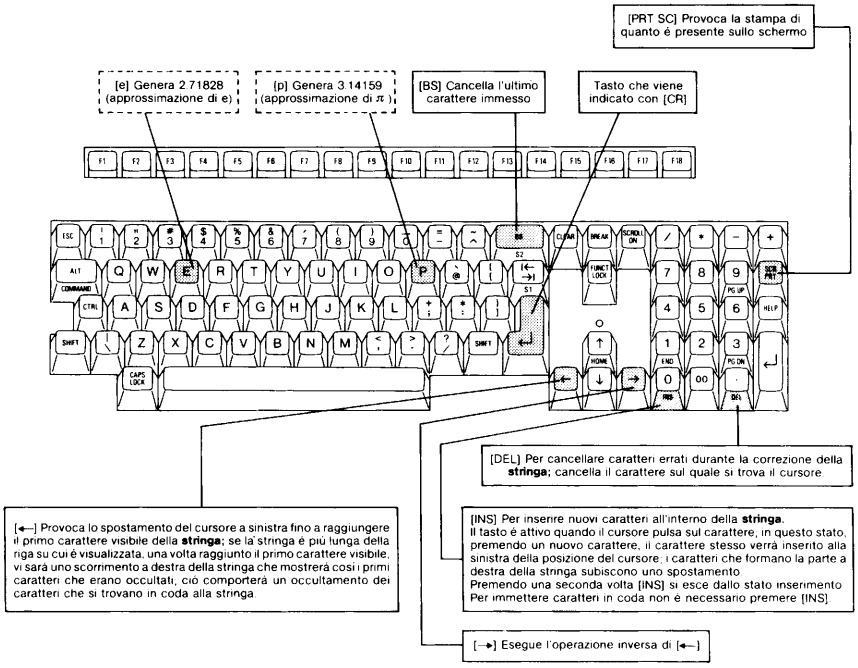


Fig. 2.3 Tastiera 2

3. ALCUNI CRITERI SCELTI NELLA COSTRUZIONE DEL PROGRAMMA

ALCUNI CRITERI SCELTI NELLA COSTRUZIONE DEL PROGRAMMA

Avvertenze e convenzioni

a. Il disco non deve essere protetto da scrittura dato che il programma prevede la registrazione di dati su disco.

b. I caratteri scritti entro parentesi quadra indicano i tasti da premere (es. [p], [ESC],...).

c. Il tasto [↵] viene indicato con [CR].

PROVA INIZIALE

Si è voluto offrire una prova iniziale riducendo al minimo le operazioni necessarie; basta che l'utente prema il tasto [CR] alla comparsa di ogni scritta sullo schermo; egli potrà così vedere un primo grafico; se desidera vederne un altro, potrà ritornare all'inizio del programma e ricopiare i valori proposti come esempio accanto a ogni domanda che compaia sullo schermo.

- Per arrestare l'esecuzione si preme [f].
- Per riprendere l'esecuzione si preme nuovamente [f].
- Per accedere alla tabella delle opzioni si preme il tasto [ESC].

Non occorre ricordare tutto ciò perché sullo schermo compaiono sempre le scritte di segnalazione necessarie.

TASTIERA

Le Figg. 2.2 e 2.3, che riproducono due tipi di tastiera commercializzati dalla Olivetti, recano le indicazioni dei tasti significativi per il programma. Non è difficile adattare le indicazioni ad altri tipi di tastiera.

IL RIFERIMENTO CARTESIANO

Nel programma sono memorizzati tre riferimenti cartesiani fissi con assi (t, x), (t, y), (x, y). Le unità di misura sono eguali a cm 1 per ciascuno dei primi due sistemi che servono per rappresentare le leggi orarie lungo gli assi x, y. Le unità di misura del terzo sistema di assi dipendono dalla scelta dell'ingrandimento: se l'ingrandimento è 2 le unità saranno di cm 2, in modo che siano conservati i valori delle coordinate sui riferimenti corrispondenti.

LA CONFERMA

Una volta accolti i dati immessi in risposta a gruppi di domande, o a singole domande, il programma chiede una conferma. È questa l'ultima occasione possibile per correggere eventuali errori. Per procedere alla eliminazione degli errori occorre premere [n] in risposta alla domanda di conferma; il programma si predisporrà a questo punto a ricevere i nuovi dati: basterà riscrivere quelli errati e confermare con [CR] quelli esatti; concluso il (nuovo) ciclo di immissione dei dati, il programma chiederà di nuovo la conferma.

PRECISIONE VIDEO O STAMPANTE

Un'analisi dei grafici ottenuti da alcune stampanti ad aghi in commercio ha mostrato che immagine su video e immagine su carta non sono sovrapponibili. Dalla prova risulta precisamente che esse non sono neppure simili. L'autore ha dedicato particolare attenzione al problema perché ritiene di grande importanza didattica l'uso di grafici sui quali eseguire costruzioni e verifiche; egli ha deciso perciò di collocare, fra le varie richieste di dati, la domanda se si vuole precisione su video o su stampante; è il programma che gestisce, poi, tutto il gioco dei rapporti.

Come unità di misura delle lunghezze si è scelto il centimetro per abituare al rispetto delle convenzioni. Nel manuale sono riprodotti alcuni grafici ottenuti mediante l'esecuzione del programma: *Composizione di moti su assi ortogonali.* Il rapporto di riduzione, rispetto allo stampato originale, varia secondo le esigenze editoriali; tuttavia, al fine di rendere agevoli i riscontri che interessano il lettore, si è stabilito che il rapporto fra le Figg. 3.1, 3.2 e 3.3 e gli stampati originali sia 1/2.

Premendo [CR] in risposta alla domanda: *Precisione su video?* si ottiene precisione su stampante. È questa la scelta più comune dato che l'esame accurato del grafico e delle relative misure potrà essere sviluppato meglio in un tempo successivo, operando su un foglio di carta invece che su uno

schermo. Tuttavia il confronto di una stampa con precisione su video e della corrispondente ottenuta con precisione su stampante è un ottimo esercizio che conviene raccomandare: si suggerisce di presentarlo agli studenti nel modo di seguito indicato.

Ottenuta la stampa di un grafico con precisione su stampante, se ne ritagli una parte, seguendo il tracciato di una curva (nell'esempio riportato nelle Figg. 3.1, 3.2 e 3.3 si tratta di archi di sinusoide e di parabola).

Disponendo il foglio sullo schermo si riscontra subito la deformazione; si raccomanda di eseguire l'osservazione collocandosi sulla perpendicolare al centro dello schermo a una distanza di almeno cm 50 per ridurre l'incidenza dell'errore di parallasse diversamente piuttosto sensibile. Per ottenere una buona sovrapposizione delle immagini, è bene operare in due persone: uno dei due osserva a distanza e comanda all'altro gli spostamenti opportuni.

A questo punto si ritorni al programma chiamando l'opzione [p] per cambiare il valore del parametro relativo alla precisione; va scelta ora la precisione su video. Si ripeta l'esecuzione del grafico senza modificare gli altri parametri (basta premere [CR] in risposta a tutte le altre domande). Al nuovo grafico ottenuto sullo schermo è ora sovrapponibile con buona approssimazione quello stampato: si faccia la prova successivamente con le varie parti ritagliate; anche qui occorre prendere le precauzioni che consentono di ridurre l'errore di parallasse. Vale la pena di segnalare che le parti scure nella Fig. 3.3 sono quelle ritagliate e asportate.

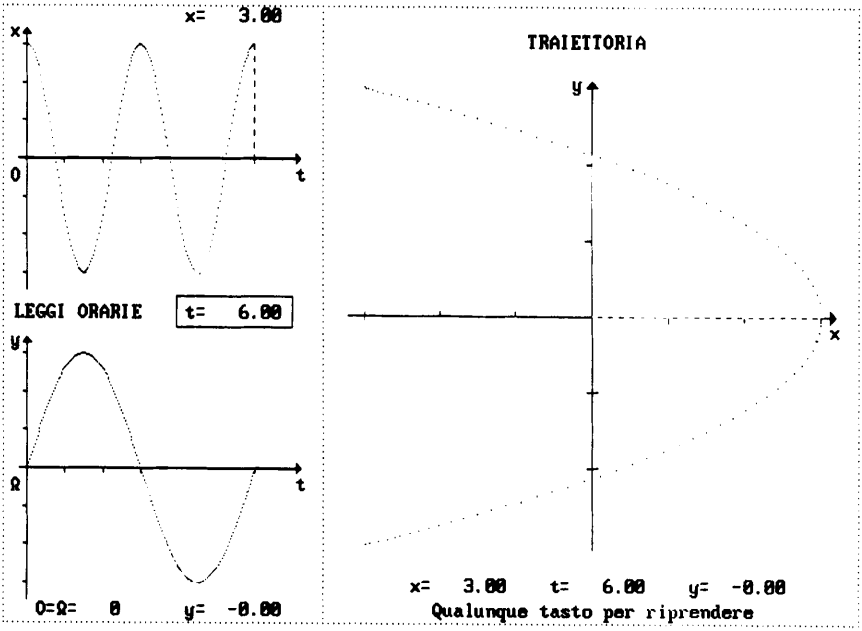


Fig. 3.1 Grafico ottenuto con precisione su stampante

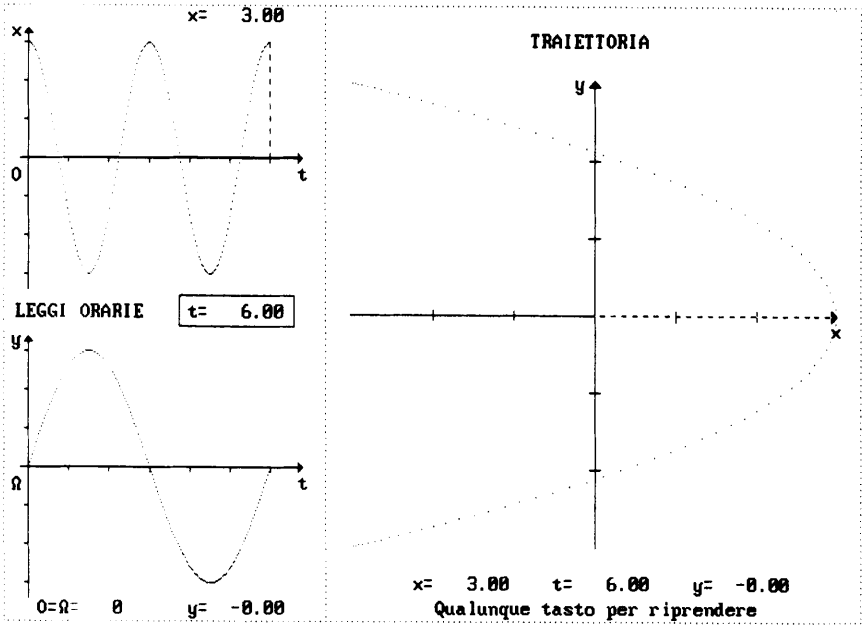


Fig. 3.2 Grafico ottenuto con precisione su video

Avvertenza

La descrizione dell'esercizio non si adatta a tutti gli schermi perchè ve ne sono alcuni che deformano sensibilmente l'immagine, specie ai bordi; inoltre una sovrapposizione diretta è proponibile solo per gli schermi da 12". Nel caso di schermi superiori ai 12" si può impiegare una fotocopia dello stampato, opportunamente ingrandita. Anche se appare macchinoso, il procedimento è utile agli studenti che si trovano a dover calcolare un rapporto di ingrandimento da applicare a un caso concreto.

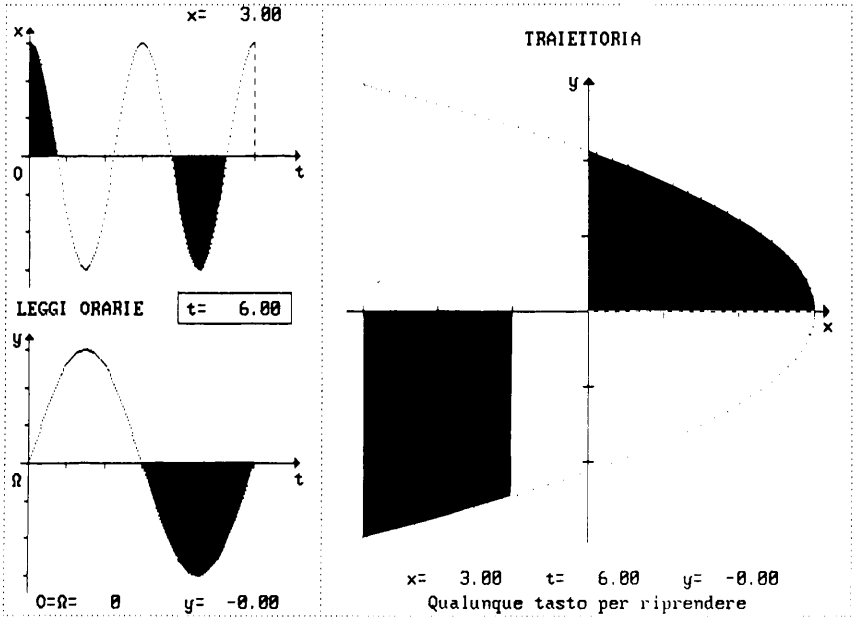


Fig. 3.3

Durante le operazioni di confronto fra lo stampato del grafico ottenuto con *precisione su stampante* e la figura del video, ottenuta con *precisione video* è errato pretendere di ottenere la sovrappponibilità della intera figura come si fa a proposito dell'esercizio presentato nel programma *Studio di funzioni 2: aspetti intuitivi e verifiche;* nel caso attuale, infatti, le tre figure che compaiono sullo schermo sono costruite in modo indipendente, senza curare cioè l'ugualianza dei bordi.

Qualora si facciano misure su uno stampato ottenuto con *precisione su video* si tenga presente che le unità di misura sui due assi dello stampato non saranno uguali. Ciò consente di enunciare un criterio per decidere se uno stampato del programma *Composizione di moti su assi ortogonali* è stato ottenuto con *precisione su video* oppure con *precisione su stampante.*

Nota sul controllo della stampante.

Si avverte che tutte le prove di stampa per la verifica del programma sono state eseguite su quattro stampanti ad aghi Olivetti, scelte tra i modelli PR-15B, PR-1450. L'esperienza acquisita consente di dire che non si possono pretendere risultati corretti se la carta che alimenta la stampante non è lasciata completamente libera ma è frenata da qualche attrito. Inoltre se occorrono più stampe successive non è bene staccare di volta in volta i fogli stampati a meno che, dopo lo strappo, non si liberi la leva che comanda il rullo e si ruoti un poco in avanti e in dietro il rullo stesso in modo che la carta si riassesti; la leva va poi inserita nuovamente.

A distanza di un anno si sono ripetute le prove di stampa per il controllo delle misure e si è riscontrata una lieve variazione della deformazione lungo la linea di scorrimento della carta; si è costruita allora una routine di controllo della stampante che, in base a due misure da eseguire su un grafico, rettifica tutti i parametri di stampa. Ciò consente il controllo delle misure su grafici ottenuti con eventuali altri modelli di stampanti ad aghi.

DATA E ORA

Tutte le chiamate di stampa (eccetuate quelle ottenute con [↑ PRT SC] che danno copia del video) prevedono la stampa di data e ora con dettaglio di minuti e secondi. Si è stabilito questo criterio per poter ricostruire, quando è necessario, la successione dei lavori e la corrispondenza fra dati e grafici.

Il programma consente di controllare l'esattezza di data e ora e di intervenire per operare eventuali correzioni (si veda in proposito il § *Controllo e correzione di data e ora* del Capitolo 4).

SEGNALAZIONE DI ERRORI

La pressione di tasti non permessi non produce alcuna esecuzione ed è accompagnata dalla emissione di un segnale acustico di avvertimento perché l'utente provveda a premere i tasti in modo corretto.

COME IMMETTERE DATI NUMERICI

Premendo [CR] senza aver digitato un numero, il programma assume un valore predefinito che è stato scelto in base a criteri di comodità. Altri valori numerici possono essere introdotti direttamente oppure come risultato di operazioni aritmetiche eseguite su tastiera.

I tasti [p] ed [e] richiamano valori approssimati rispettivamente di π e della base dei logaritmi naturali. Questo dispositivo di immissione si è rivelato molto utile; conviene perciò descriverlo con maggiore accuratezza.

Si rammenti innanzitutto che la parte decimale di un numero deve essere separata dalla parte intera mediante un punto [.] e non mediante una virgola [,] come si è soliti fare.

I valori numerici da immettere possono essere calcolati, se necessario, mediante operazioni aritmetiche eseguite direttamente sulla tastiera; non è invece prevista l'esecuzione di operazioni trascendenti per le quali si dovrà fare riferimento ad altri strumenti.

Si faccia attenzione a non premere il tasto [CR] prima di aver concluso il calcolo.

Può essere fonte di disagio il fatto che i risultati intermedi compaiano nell'apposita finestra solo quando si preme un simbolo di operazione, mentre vengono occultati all'atto della immissione del nuovo numero con cui si prosegue il calcolo. Chi volesse fare un controllo del risultato prima di premere [CR], potrà premere [+], cui farà seguire uno [0] quando avrà letto il risultato. La tecnica qui segnalata è efficace anche per neutralizzare operatori immessi per errore: basta far seguire al simbolo di operazione il numero indifferente rispetto alla medesima.

Ecco qualche esempio per chiarire l'utilizzazione del dispositivo.

Per immettere:

$5*4+3$	si preme [5][*][4][+][3][CR]
$5*(4+3)$	si preme [4][+][3][*][5][CR]
$\frac{\pi}{6}$	si preme [p][/][6][CR]
$\sin(1)$	si trascrive il risultato ottenuto da un altro strumento
$\frac{e^2}{4}$	si preme [e][*][e][/][4][CR] oppure [e][^][2][/][4][CR]
5.19E-14	si preme 10 ^ -14*5.19
$\sqrt{7}+\sqrt{19}$	nasce una evidente difficoltà che si supera calcolando ad

esempio come segue:

[7][^][.][5][*]; trascritto a parte il risultato [...], si

procede premendo [0][+][1][9][^][.][5][+][...][CR].

Come si vede, quest'ultimo procedimento è piuttosto complicato; c'è motivo di chiedersi se non si sarebbe potuto costruire qualcosa di più agile, ma non ne valeva la pena: l'esperienza acquisita nell'uso del programma ha mostrato infatti che sarebbe stato un lusso inutile.

A PROPOSITO DEL 'TEMPO'

L'unità scelta per il tempo è del tutto arbitraria; ricondurla al "minuto secondo" sarebbe stato ingannevole per l'utente giacché il programma prevede arresti fittizi del moto e riprese, nonché, nel caso dei moti periodici, "traslazioni del tempo" che consentono di tenere sempre sott'occhio i diagrammmi delle leggi orarie mentre si osserva la traiettoria del punto mobile.

Conviene precisare, per maggior chiarezza, che con la locuzione "arresti fittizi" si intendono quegli arresti che non dipendono dalle leggi del moto; tali arresti, provocati da chi, durante l'esecuzione del programma, è interessato a esaminare ed eventualmente a stampare (v. la voce *Stampe* del Capitolo 4) la situazione in un determinato istante, sono di grande utilità per l'impiego didattico del programma. Infatti, proprio nella possibilità di "fermare il tempo" risiede uno dei maggiori vantaggi per lo studio del moto. Dal punto di vista fisico vi sono delle analogie tra gli stampati ottenuti dal program-

ma *Composizione di moti su assi ortogonali* e l'immagine del moto di un corpo raccolta, in un ambiente oscurato, da una macchina fotografica con otturatore aperto; quando un punto del corpo in moto emette luce, il fotogramma registra la proiezione del punto mobile secondo la direzione dell'asse ottico del dispositivo fotografico. Se la luce è intermittente in modo uniforme, si ha una immagine per punti; se la luce è emessa in modo continuo, si avrà l'immagine di una linea continua, in perfetta analogia con due opzioni previste dal programma; si vedano in proposito, come esempio, le figure del Capitolo 4 (tracciate da 4.1 a 4.5 per PUNTI; da 4.6 a 4.7 per LINEE). Inutile dire che con i fotogrammi ottenuti da tre macchine opportunamente collocate si può ricostruire la traiettoria e la legge oraria di un moto nello spazio. È noto che, oggi, la fisica sperimentale delle alte energie conosce dispositivi molto sofisticati per il rilevamento delle traiettorie delle particelle dotate di carica elettrica.

È opportuno che le considerazioni qui brevemente accennate costituiscano oggetto di una riflessione dell'insegnante con i suoi studenti, qualora dovesse utilizzare il programma *Composizione di moti su assi ortogonali.* L'intervento dell'insegnante si collocherebbe meglio proprio durante un arresto (provocato) dell'esecuzione di un moto. Va fatto notare che, in fisica, il modo di trattare il tempo (come del resto ogni altro indice di stato o grandezza) comporta un processo di astrazione che non si può dare per scontato.

L'INCREMENTO TEMPORALE

L'unità di misura scelta sull'asse dei tempi è di cm 1. Il punto avanza nella direzione dell'asse t di 1 pixel per volta (con pixel si intende ogni punto luminoso dello schermo), quando l'incremento temporale è 1/30; si è pensato perciò di rendere più agile l'immissione del dato numerico relativo all'incremento temporale richiedendo il numeratore k della frazione k/30. Ciò consente anche di prevedere più facilmente gli effetti grafici connessi ai valori scelti. Va notato, tuttavia, che la distanza dei punti consecutivi sulla traiettoria non dipende soltanto dal valore assegnato all'incremento temporale, ma anche dai valori assegnati ad altri parametri del moto. La cosa è ovvia mentre non sono forse del tutto ovvi i risultati che si desumono da un esame comparato delle figure seguenti, ricche di spunti per la formulazione di esercizi atti ad approfondire l'argomento.

Avvertenza

Chi conoscesse il programma *Studio di funzioni 2: aspetti intuitivi e verifiche* noterà il criterio sostanzialmente diverso impiegato nelle rappresenta-

zioni: là si tiene costante il *passo* sulla linea per distinguere tra loro - mediante il valore assegnato al passo - i grafici di differenti funzioni riprodotte sullo schermo o stampate su un foglio; qui si mantiene costante l'incremento temporale per rispettare il significato fisico delle grandezze cinematiche in gioco e per poter eseguire, mediante operazioni di misura sui grafici, la stima dei valori assunti dalle medesime.

Nota

Alle figure che seguono si è preferito non intercalare il testo per tenere distinte le proposte di lavoro e lasciare spazio per le eventuali annotazioni dell'insegnante.

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 20-09-1986 Ora: 22:37:10**

Asse X: $S=S'+Vt$

Posizione iniziale	$S'=-2.5$
Velocità	$V = 2.5$

Asse Y: $S=S'+V't+\frac{1}{2}At^2$

Posizione iniziale	$S'=-3$
Velocità iniziale	$V'= 10$
Accelerazione	$A =-9$

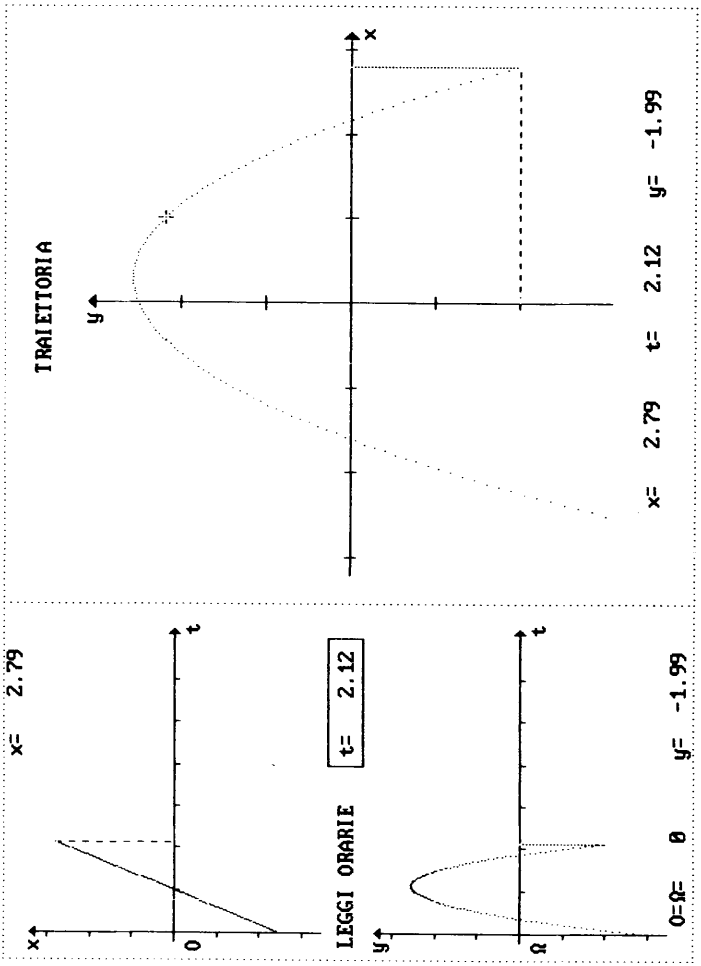
Punti-segnale	(1 2.18)

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	2
Incremento temporale	.5 /30= 1.666667E-02

Nel manuale vi è un altro grafico che riporta la stessa traiettoria: fare un confronto puntuale dei parametri relativi ai due grafici.

Fig. 3.4/1

GRAFICI Data: 20-09-1986 Ora: 22:37:10



Nel manuale vi è un altro grafico che riporta la stessa traiettoria: fare un confronto puntuale dei parametri relativi ai due grafici.

Fig. 3.4/2

COMPOSIZIONE DI MOTI

SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI Data: 20-09-1986 Ora: 22:50:43

Asse X: $S=S'+Vt$

Posizione iniziale	$S'=-2.5$
Velocità	$V = 1.25$

Asse Y: $S=S'+V't+\frac{1}{2}At^2$

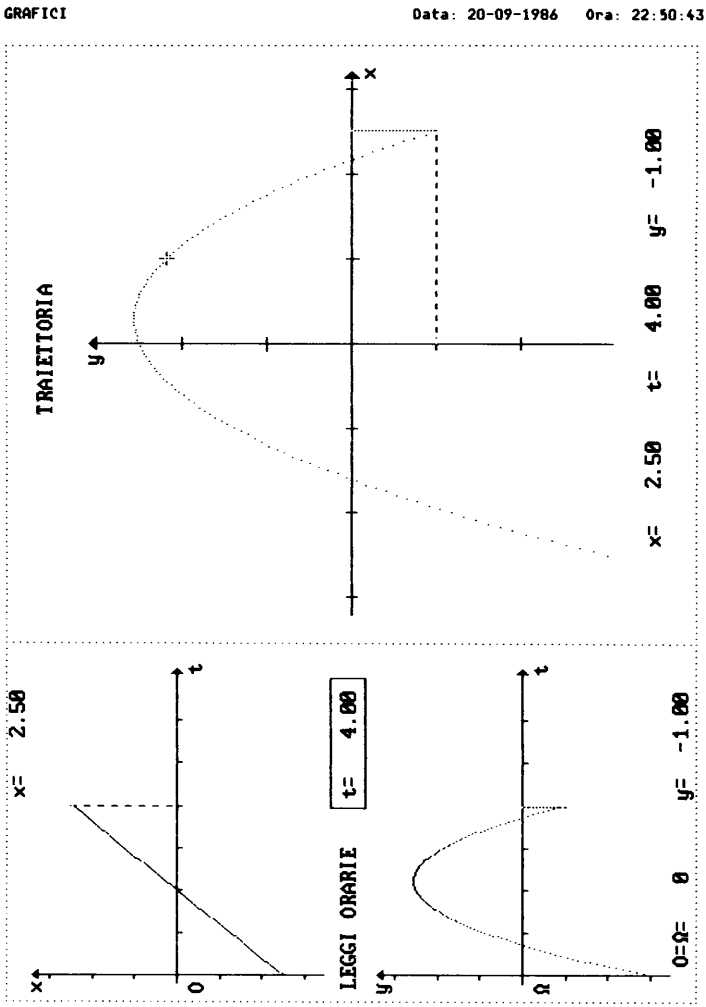
Posizione iniziale	$S'=-3$
Velocità iniziale	$V'= 5$
Accelerazione	$A =-2.25$

Punti-segnale	(1 , 2.18)

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	2
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Confrontare i parametri di questo grafico con quelli di tutti i grafici che presentano la stessa traiettoria.

Fig. 3.5/1



Confrontare i parametri di questo grafico con quelli di tutti i grafici che presentano la stessa traiettoria.

Fig. 3.5/2

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 20-09-1986 Ora: 22:44:30**

Asse X: $S=S'+Vt$

Posizione iniziale	$S'=-2.5$
Velocità	$V = 2.5$

Asse Y: $S=S'+V't+\frac{1}{2}At^2$

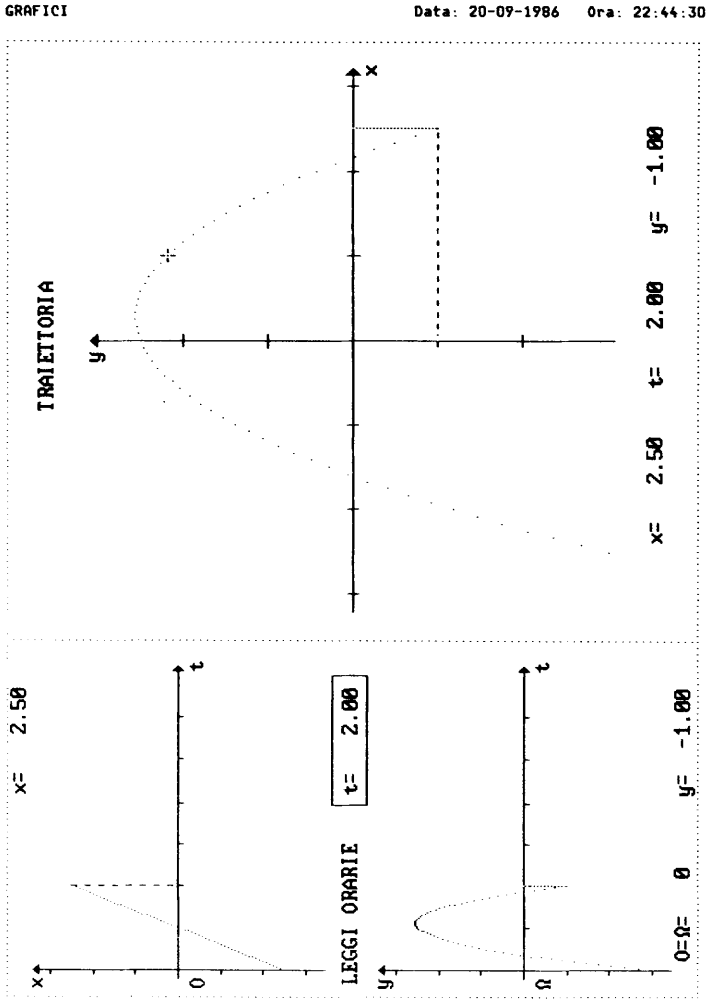
Posizione iniziale	$S'=-3$
Velocità iniziale	$V'= 10$
Accelerazione	$A =-9$

Punti-segnale	(1 , 2.18)

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	2
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Confrontare i parametri di questo grafico con quelli di tutti i grafici che presentano la stessa traiettoria.

Fig. 3.6/1



Confrontare i parametri di questo grafico con quelli di tutti i grafici che presentano la stessa traiettoria.

Fig. 3.6/2

COMPOSIZIONE DI MOTI

SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 20-09-1986 Ora: 22:21:33**

Asse X: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 2
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 1.570795

Asse Y: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 2
Frequenza	f = .25
Fase iniziale	θ = 0

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	2
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Fig. 3.7/1

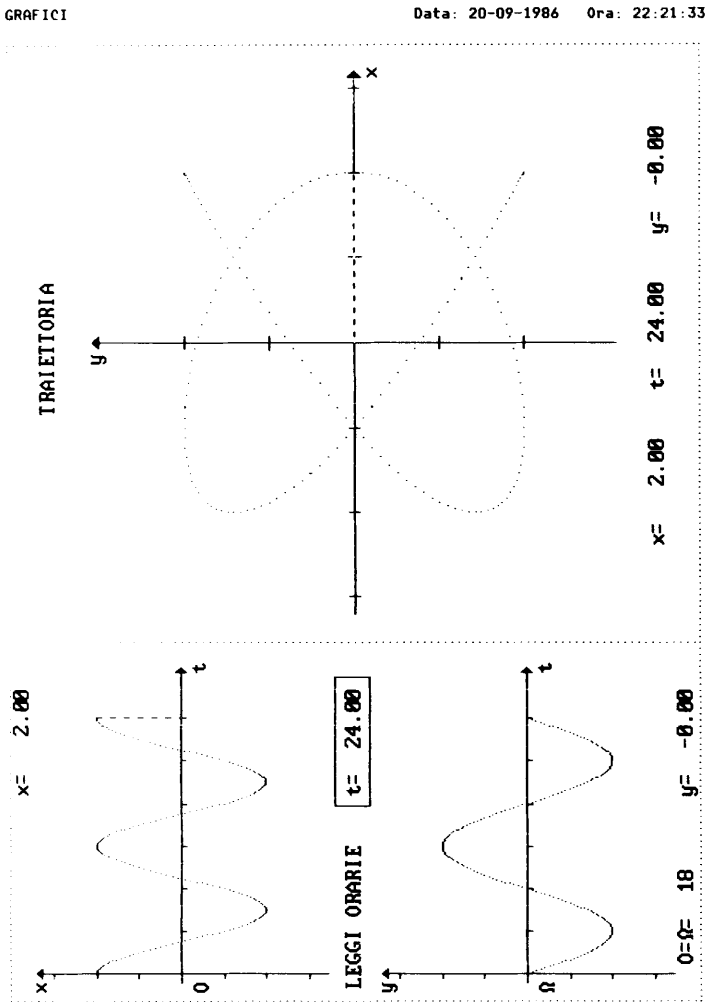

GRAFICI
Data: 20-09-1986 Ora: 22:21:33
TRAIETTORIA
y
x
x= 2.00 t= 24.00 y= -0.00
x
t
x= 2.00
0
LEGGI ORARIE
t= 24.00
y
t
Ω
θ=Ω= 18 y= -0.00

Fig. 3.7/2

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 20-09-1986 Ora: 22:28:14**

Asse X: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 2
Frequenza	f = .6666667
Fase iniziale	θ = 1.570795

Asse Y: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 2
Frequenza	f = .5
Fase iniziale	θ = 0

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	2
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Fig. 3.8/1

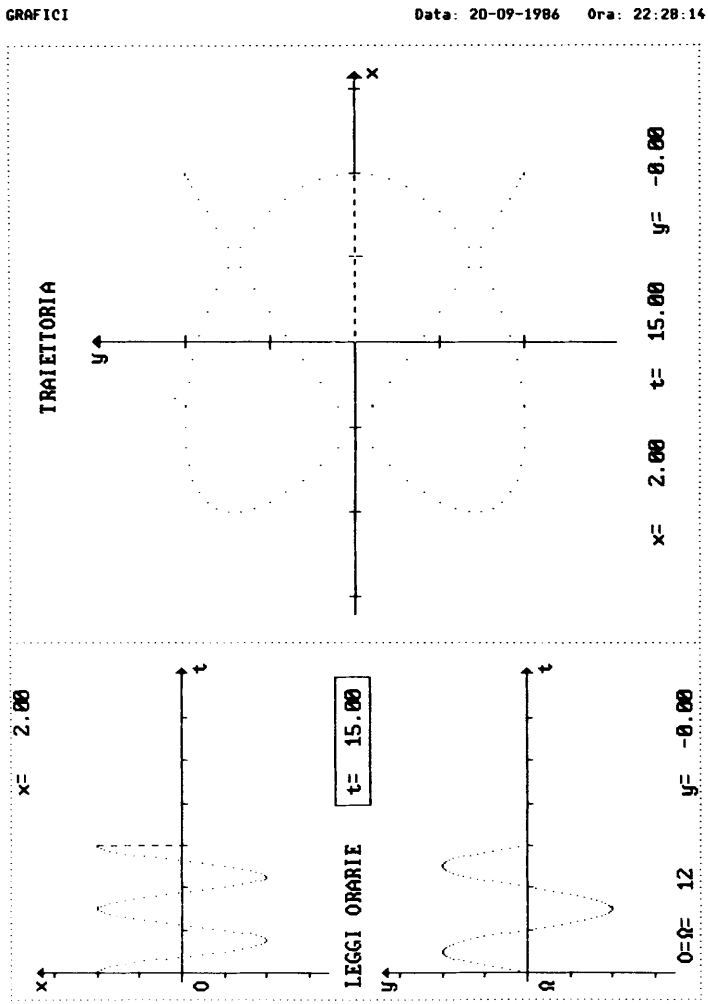

GRAFICI
Data: 20-09-1986 Ora: 22:28:14
TRAIETTORIA
x
y
x= 2.00 t= 15.00 y= -0.00
x
t
O
LEGGI ORARIE
t= 15.00
y
t
Ω
x= 2.00
O=Ω= 12 y= -0.00

Fig. 3.8/2

COMPOSIZIONE DI MOTI

SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 20-09-1986 Ora: 22:13:02**

Asse X: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 2
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 0

Asse Y: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 2
Frequenza	f = .25
Fase iniziale	θ = 1.570796

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	2
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Fig. 3.9/1

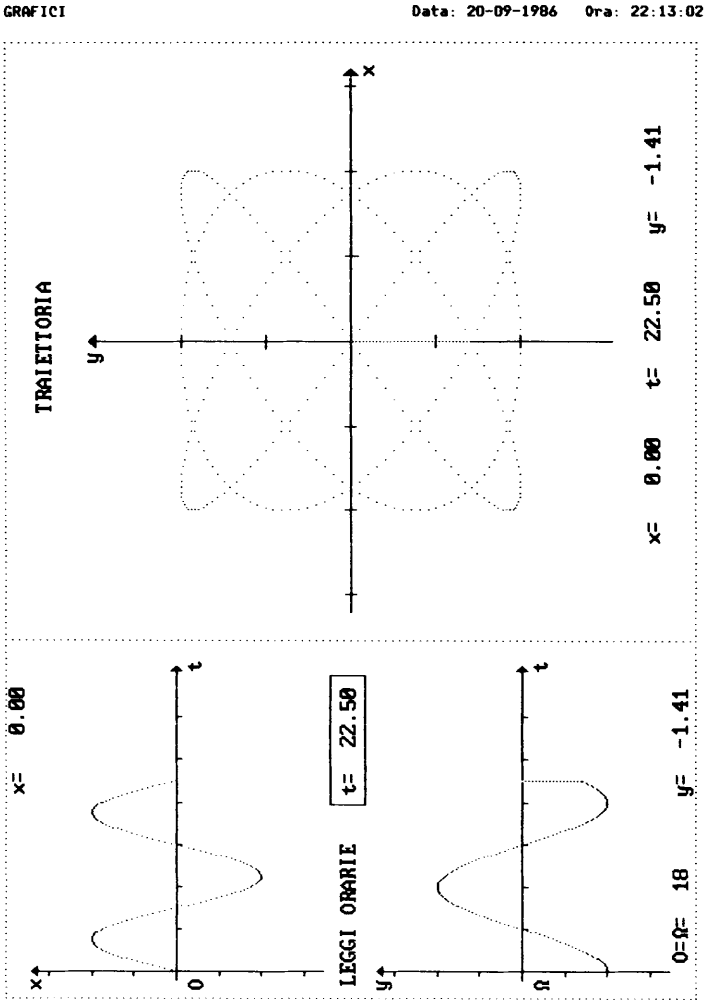

GRAFICI
Data: 20-09-1986 Ora: 22:13:02
TRAIETTORIA
x
y
x= 0.00 t= 22.50 y= -1.41
LEGGI ORARIE
x= 0.00
t= 22.50
O=Ω= 18 y= -1.41
t
O
Ω

Fig. 3.9/2

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI Data: 20-09-1986 Ora: 22:00:08

Asse X: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 2
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 0

Asse Y: S=Asin(2πft+θ)

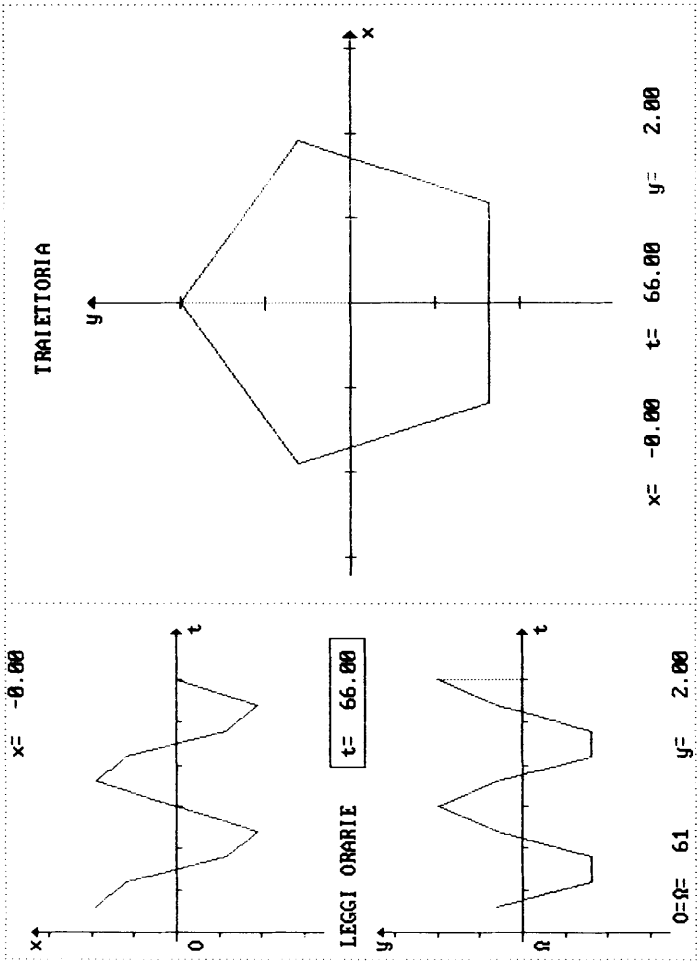
Elongazione	A = 2
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 1.570796

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	LINEE
Ingrandimento	2
Incremento temporale	18 /30= .6

Per ottenere un pentagono si può agire sull'incremento temporale oppure sulle frequenze: l'altro esempio è riportato al capitolo 4°.

Fig. 3.10/1

GRAFICI Data: 20-09-1986 Ora: 22:00:08



Per ottenere un pentagono si può agire sull'incremento temporale oppure sulle frequenze l'altro esempio è riportato al capitolo 4°.

Fig. 3.10/2

TEMPI DI ESECUZIONE

I tempi di esecuzione dipendono da due circostanze:

a. I valori di x, y diventano troppo grandi in valore assoluto e allora viene interrotta l'esecuzione e viene fatta comparire sullo schermo una scritta che ne dichiara il motivo.

b. L'utente decide di interrompere l'esecuzione agendo sul tasto [f] (interruzione momentanea fino a una nuova pressione del tasto medesimo) oppure agendo sul tasto [ESC] (interruzione che consente di passare a nuove scelte, compresa quella di uscire definitivamente dal programma).

A PROPOSITO DELLA PRECISIONE

La precisione dei grafici dipende da due fattori: uno attinente il calcolo, l'altro attinente il numero di punti dello schermo distinguibili tra loro (risoluzione).

a. Per quanto riguarda il calcolo, la precisione nelle esecuzioni del programma è stata abitualmente mantenuta entro le dimensioni del punto luminoso dello schermo.

b. Il programma è applicabile a due tipi di risoluzione dello schermo. La risoluzione più fine (denominata SCREEN 3) è costituita da 640 punti sulla orizzontale e 400 punti sulla verticale; l'altra risoluzione è costituita da 640 punti sulla orizzontale e 200 punti sulla verticale (SCREEN 2).

   Il programma sceglie automaticamente la risoluzione migliore compatibile con il tipo di calcolatore impiegato. In assenza di una notazione contraria, va inteso che i grafici di codesto manuale sono stati ottenuti in SCREEN 3. Qualora si disponga soltanto dello SCREEN 2, occorrerà verificare se la formulazione degli esercizi che prevedono misure sui grafici si mantiene accettabile.

4. ESAME PASSO-PASSO DELLE PRESTAZIONI DEL PROGRAMMA

ESAME PASSO-PASSO DELLE PRESTAZIONI DEL PROGRAMMA

In questa sezione vengono date indicazioni sullo svolgimento del programma e sulle opzioni di cui è costituito aggiungendo, ove è il caso, alcune avvertenze.

Avvertenza

Tra i vari tipi di tastiera collegabili a personal computer che eseguano il programma *Composizione di moti su assi ortogonali* ne vengono riportati due nelle Figg. 2.2 e 2.3. Può essere utile preparare una fotocopia della tastiera in uso per agevolarne la consultazione durante la lettura del manuale.

Leggendo la rassegna delle varie prestazioni del programma, conviene tenere sott'occhio lo schema presentato nella Fig. 1.1.

MENU

Acceso il calcolatore dopo aver introdotto il dischetto nella sede apposita, compare sullo schermo la pagina di presentazione del programma; premendo [CR] si passa alla pagina successiva che reca la seguente scritta:

```
                COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI
MENU
CR    Per una composizione di moti
a     Per visualizzare il promemoria
b     Per controllare e/o cambiare data e ora
c     Per controllare la precisione della stampante
d     Per scegliere la lunghezza del modulo della stampante

Premere il tasto corrispondente all'operazione desiderata
```

A questo punto è bene regolare il contrasto sullo schermo, agendo sulle due apposite manopole, in modo che le lettere indicanti i tasti da premere risultino più luminose delle scritte corrispondenti.

IL PROMEMORIA

Premendo [a] si accede a un promemoria che elenca brevemente le operazioni eseguibili con il programma; si tratta di un rapido richiamo per chi non abbia accanto il manuale. Di seguito è riportato il testo del promemoria; nei paragrafi successivi si avrà occasione di chiarire e specificare le informazioni che vi sono contenute in modo necessariamente sintetico.

PROMEMORIA

Questo programma permette di comporre moti lungo assi ortogonali.

Le leggi orarie disponibili sono:

— Moto uniforme
— Moto uniformemente accelerato
— Moto armonico semplice

e possono essere scelte in qualunque combinazione.

Nel caso del moto armonico è possibile assegnare alcuni coefficienti ad una funzione che controlla la diminuzione di ampiezza nel tempo, causata dalla perdita di energia del punto mobile.

In fase di input numerici si possono impostare operazioni (+, −, *, /, ^) come se si trattasse di una calcolatrice. Le lettere p ed e indicano rispettivamente π e la base dei logaritmi naturali.

Per cancellare l'ultimo carattere inserito premere ← (Tastiera 1) oppure BS (Tastiera 2).

Le lunghezze sono espresse in centimetri e gli angoli in radianti.

Qualunque tasto per continuare

CONTROLLO E CORREZIONE DI DATA E ORA

È noto che non tutti i calcolatori in grado di eseguire il programma *Composizione di moti su assi ortogonali* sono dotati di una batteria-tampone che provvede al funzionamento dell'orologio anche quando il calcolatore è spento.

D'altra parte un uso poco frequente del calcolatore non consente una adeguata ricarica della batteria con le conseguenze del caso. Accade dunque che gli stampati possano riportare in modo scorretto l'informazione temporale; l'opzione [b] del MENU è stata introdotta per consentire il controllo di data e ora senza dover uscire dal programma.
Premendo il tasto [b], sullo schermo compare:

```
                COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

CONTROLLO DATA ED ORA

Data: 12-09-1986                    Ora: 12:29:11

CR      Per tornare al menu precedente

a       Per cambiare data ed ora

        Premere il tasto corrispondente all'operazione desiderata
```

Premendo [a] si raggiunge la sezione del programma che abilita la correzione di data e ora:

```
                    COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

CAMBIAMENTO DATA ED ORA

Giorno?                        Attuale: 12          : 12

Mese?                          Attuale: 9           : 9

Anno (dal 1980 al 2099)?       Attuale: 1986        : 1986

Ora?                           Attuale: 12          : 12

Minuti?                        Attuale: 29          : 29

Secondi?                       Attuale: 11          : 11

Conferma (s/n)?
```

Quanto all'immissione dei dati relativi al calendario e all'orologio, si tenga presente che l'aggiornamento avverrà all'istante della "conferma"; per ottenere maggiore precisione, bisognerà digitare un numero superiore di secondi e prepararsi a premere il tasto di conferma tenendo d'occhio l'orologio sorgente.

CONTROLLO DELLA PRECISIONE DELLA STAMPANTE E CORREZIONE

Il problema della precisione della stampante è stato presentato nel § *Precisione video o stampante* del 3° capitolo. Conviene ricorrere a questa opzione (premendo il tasto [c], una volta ritornati al MENU principale) quando si rilevano anomalie nelle misure su uno stampato ottenuto con precisione su stampante. In caso di perplessità sulle misure di un grafico è sempre opportuno eseguire, con riga millimetrata, il controllo delle scale segnate sugli assi cartesiani.

Quando si preme [c] sullo schermo compare:

```
                COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

CONTROLLO DELLA PRECISIONE DELLA STAMPANTE

CR    Per tornare al menu precedente

a     Per controllare la precisione della stampante

Premere il tasto corrispondente all'operazione desiderata

NOTA: Per controllare la precisione occorre:

      - Riga millimetrata

      - Stampante accesa

      - Carta inserita nella stampante
```

Nota

La carta che alimenta la stampante deve essere lasciata completamente libera altrimenti le lunghezze risultano accorciate nella direzione in cui avviene il trascinamento.

Premendo [a] si ottiene la stampa di un rettangolo; successivamente sullo schermo compare:

```
COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

CONTROLLO DELLA PRECISIONE DELLA STAMPANTE

Vengono ora richieste le dimensioni del rettangolo appena stampato:

Lato maggiore in cm?        :

Lato minore in cm?          :

NOTA: Il valore introdotto verrà memorizzato sul disco dati

Conferma (s/n)?
```

LUNGHEZZA DEL FOGLIO DI CARTA

Il programma prevede la stampa su fogli consecutivi della lunghezza di 12 pollici ciascuno (pari a cm 30.48). Se la stampante è alimentata con fogli da 11 pollici (pari a cm 27.94) occorre accedere all'opzione [d] del MENU principale. Trattandosi di foglio più corto bisognerà aver cura di non abbondare nelle richieste di stampa di commenti ed esercizi.

Il programma non gestisce la stampa di fogli di lunghezza inferiore a 11 pollici che non potrebbero neppure contenere la stampa del grafico. A proposito delle stampe si veda più avanti la descrizione dell'opzione [s], non trascurando l'avvertenza. Premendo dunque il tasto [d], sullo schermo compare:

```
COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

SCELTA DELLA LUNGHEZZA DEL MODULO DELLA STAMPANTE

Il formato di stampa prevede l'uso di moduli da 12 pollici, ma
limitando le varianti di stampa è possibile anche usare moduli da 11
pollici

Lunghezza modulo?          Attuale: 12          :

NOTA: Il valore introdotto verrà memorizzato sul disco dati

Conferma (s/n)?
```

SCELTA DEI MOTI COMPONENTI

Dalle opzioni [a], [b], [c], [d] si ritorna al MENU; il programma procede nell'esecuzione solo quando si sceglie l'opzione *Per una composizione di moti,* premendo [CR]; sullo schermo compare allora l'elenco dei moti che possono essere scelti in riferimento a ciascuno dei due assi.

Ecco come si presenta lo schermo, dopo che è stata data risposta alle due domande:

```
                COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

MOTI COMPONENTI:

1    Moto uniforme
2    Moto uniformemente accelerato
3    Moto armonico semplice

Legge oraria lungo l'asse X? (Es. 3)     Attuale: 1     : 1
Legge oraria lungo l'asse Y? (Es. 3)     Attuale: 2     : 2

Conferma (s/n)?
```

Ed ecco come si presenta lo schermo quando si sceglie, in almeno uno dei casi, il 3° moto:

```
                COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

MOTI COMPONENTI:

1    Moto uniforme
2    Moto uniformemente accelerato
3    Moto armonico semplice

Legge oraria lungo l'asse X?  (Es. 3)    Attuale: 1     : 3
Legge oraria lungo l'asse Y?  (Es. 3)    Attuale: 2     : 3
Perdita di energia?           (Es. s)    Attuale: n     : s

Premendo il tasto CR viene accettato il valore attuale
```

I chiarimenti relativi alla domanda che concerne la perdita di energia sono dati al § *La funzione che controlla la perdita di energia* di codesto Capitolo.

Le figure seguenti illustrano ciò che si ottiene quando si confermano, premendo [CR], i valori memorizzati dal programma o quando se ne modificano alcuni, ricopiandoli dal valore citato come esempio accanto alle varie domande che compaiono sullo schermo.

```
                    COMPOSIZIONE DI MOTI
                     SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI                                    Data: 12-07-1986   Ora: 12:15:28
-------------------------------------------------------------------------------
Asse X:   S=S'+Vt

   Posizione iniziale        S'=-5

   Velocità                  V = 5
-------------------------------------------------------------------------------
Asse Y:   S=S'+V't+½At²

   Posizione iniziale        S'=-6

   Velocità iniziale         V'= 20

   Accelerazione             A =-18
-------------------------------------------------------------------------------
Precisione su                STAMPANTE

Tracciamento per             PUNTI

Ingrandimento                1

Incremento temporale         1 /30= 3.333334E-02
-------------------------------------------------------------------------------
Prova eseguita premendo soltanto [CR] in risposta ad ogni domanda.
```

Fig. 4.1/1

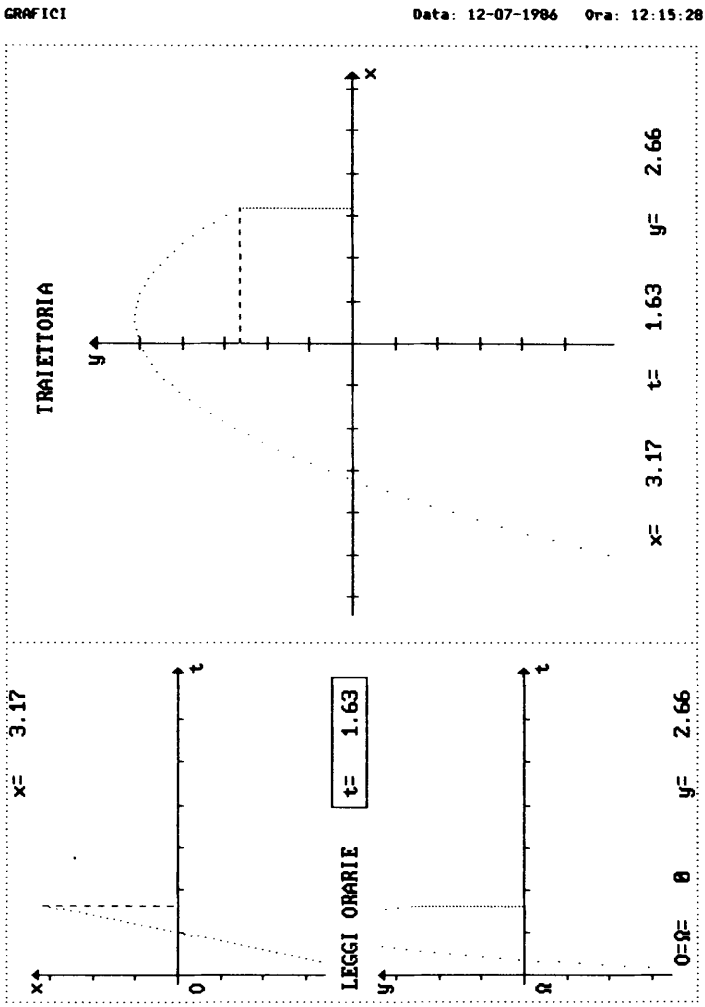

GRAFICI
Data: 12-07-1986 Ora: 12:15:28
TRAIETTORIA
y
x
x= 3.17 t= 1.63 y= 2.66
x= 3.17
x
t
0
LEGGI ORARIE
t= 1.63
y
t
α
O=α= 0 y= 2.66

Fig. 4.1/2

COMPOSIZIONE DI MOTI

SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 12-07-1986 Ora: 12:22:25**

Asse X: $S=S'+Vt$

Posizione iniziale	$S'=-2.5$
Velocità	$V = 2.5$

Asse Y: $S=S'+V't+\frac{1}{2}At^2$

Posizione iniziale	$S'=-3$
Velocità iniziale	$V'= 10$
Accelerazione	$A =-9$

Punti-segnale	(1 , 2.18)

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	2
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Grafico ottenuto dimezzando il valore di alcuni dei parametri che il programma ha in memoria al suo avvio e ponendo l'ingrandimento uguale a 2.

Fig. 4.2/1

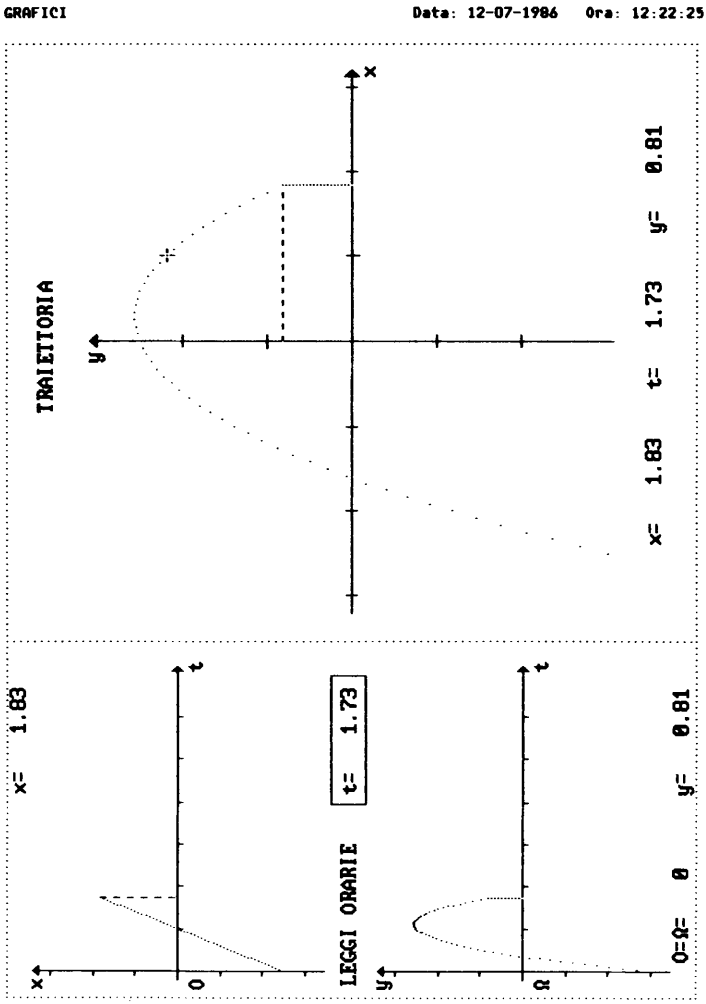

GRAFICI
Data: 12-07-1986 Ora: 12:22:25
TRAIETTORIA
y
x
x= 1.83 t= 1.73 y= 0.81
x= 1.83
x
t
O
LEGGI ORARIE
t= 1.73
y
t
Ω
O=Ω= 0 y= 0.81

Fig. 4.2/2

COMPOSIZIONE DI MOTI

SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 12-07-1986** **Ora: 12:57:55**

Asse X: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 3
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 0

Asse Y: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 3
Frequenza	f = .1666667
Fase iniziale	θ = 1.570796

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	1
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Fig. 4.3/1

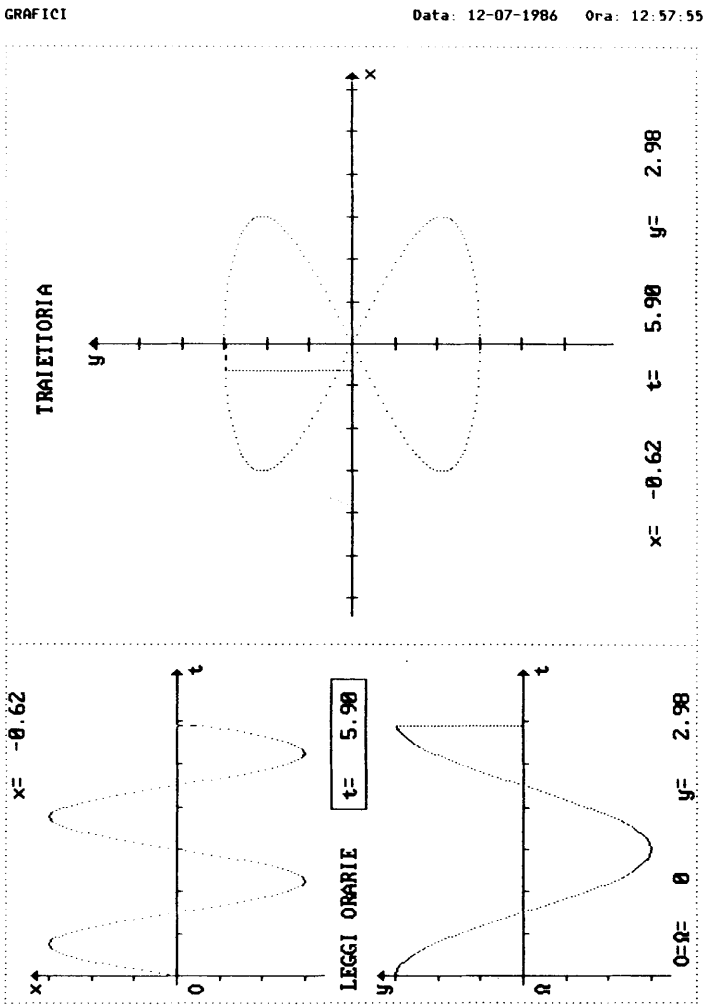

GRAFICI
Data: 12-07-1986 Ora: 12:57:55
TRAIETTORIA
y
x
x= -0.62 t= 5.90 y= 2.98
x= -0.62
x
t
0
LEGGI ORARIE
t= 5.90
y
t
α
O=α= 0 y= 2.98

Fig. 4.3/2

COMPOSIZIONE DI MOTI

SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 12-07-1986 Ora: 13:00:46**

Asse X: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 3
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 0

Asse Y: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 3
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ =-1.047197

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	1
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Fig. 4.4/1

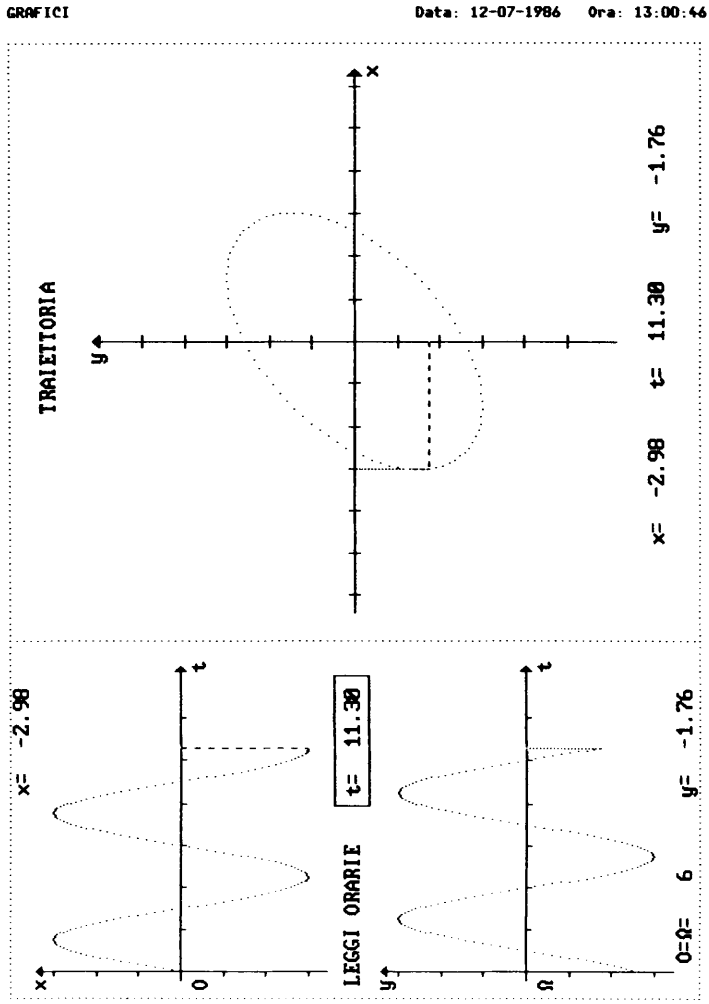

GRAFICI
Data: 12-07-1986 Ora: 13:00:46
TRAIETTORIA
y
x
x= -2.98 t= 11.30 y= -1.76
x
t
0
x= -2.98
LEGGI ORARIE
t= 11.30
y
t
Ω
0=Ω= 6 y= -1.76

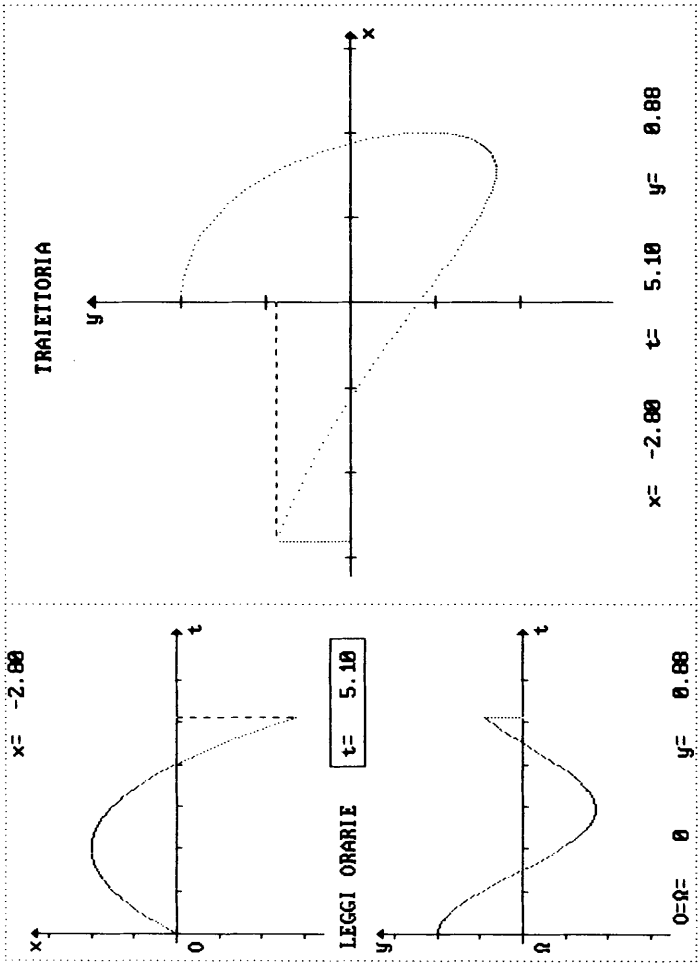
Fig. 4.4/2

Le figure seguenti mostrano due esempi un poco più sofisticati.

```
                    COMPOSIZIONE DI MOTI
                    SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI                                   Data: 15-07-1986   Ora: 16:05:33

Asse X:   S=S'+V't+½At²

   Posizione iniziale        S'= 0

   Velocità iniziale         V'= 2

   Accelerazione             A =-1

Asse Y:   S=f(t)Asin(2πft+θ)

   Elongazione               A = 2

   Frequenza                 f = .1666667

   Fase iniziale             θ = 1.570796

   Perdita di energia        f(t)=1+C1*t+C2*t^2+C3*t^3+C4*t^4+C5*t^5
                             C1=-.05
                             C2= .0001
                             C3=-.0000001
                             C4= 0
                             C5= 0

Precisione su                STAMPANTE

Tracciamento per             PUNTI

Ingrandimento                2

Incremento temporale         1 /30= 3.333334E-02

Il grafico della traiettoria è stato ingrandito?
```

Fig. 4.5/1

GRAFICI Data: 15-07-1986 Ora: 16:05:33



Il grafico della traiettoria è stato ingrandito?

Fig. 4.5/2

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 15-07-1986 Ora: 15:57:56**

Asse X: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 3
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 0

Asse Y: S=Asin(2πft+θ)

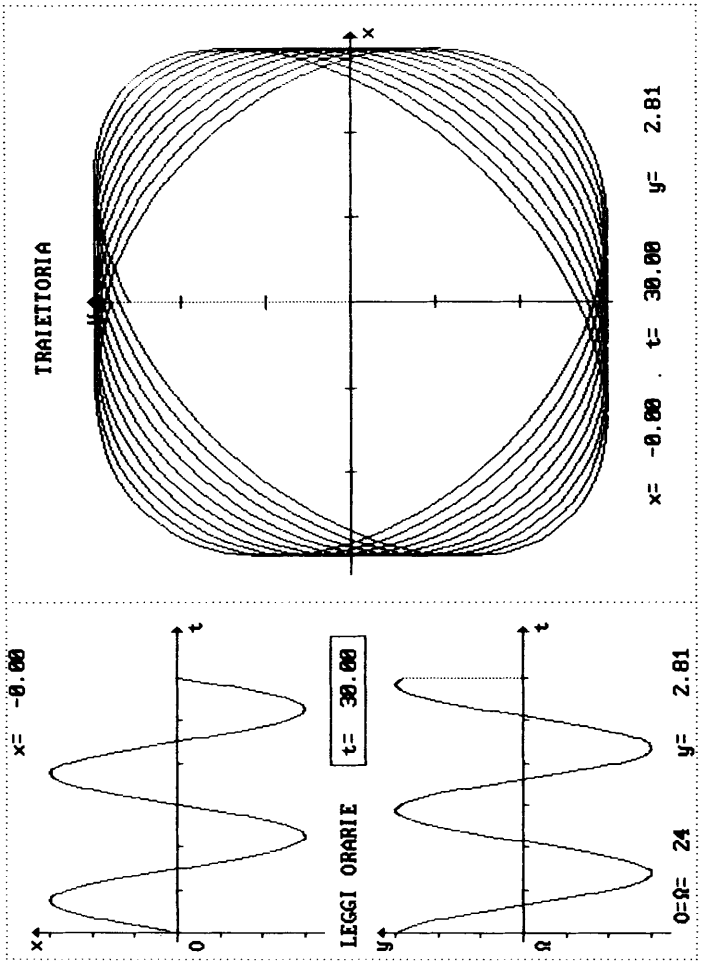
Elongazione	A = 3
Frequenza	f = .338
Fase iniziale	θ = 1.047197

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	LINEE
Ingrandimento	2
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Studiare l'effetto della piccola differenza di frequenza tra i due moti armonici.

Fig. 4.6/1

GRAFICI Data: 15-07-1986 Ora: 15:57:56



Studiare l'effetto della piccola differenza di frequenza tra i due moti armonici.

Fig. 4.6/2

INSERIMENTO DEI PARAMETRI DEL MOTO

I parametri per il **moto uniforme** sono:

— posizione iniziale S' (rispetto all'origine)

— velocità.

I parametri per il **moto uniformemente accelerato** sono:

— posizione iniziale S' (rispetto all'origine)

— velocità iniziale V'

— accelerazione a.

Tutto ciò è specificato nelle domande che compaiono sullo schermo, dopo che è stata fatta la scelta dei moti 1 e 2.

```
                COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

INSERIMENTO PARAMETRI DEI MOTI

Asse X:     S=S'+Vt

  Posizione iniziale?        (Es. -5)        Attuale: -5        : -5

  Velocità?                  (Es. 5.94)      Attuale: 5         : 5

Asse Y:     S=S'+V't+1/2at²

  Posizione iniziale?        (Es. -6)        Attuale: -6        : -6

  Velocità iniziale?         (Es. 19.40)     Attuale: 20        : 20

  Accelerazione?             (Es.     -18)   Attuale: -18       : -18

Conferma (s/n)?
```

I parametri per il **moto armonico** sono:

— elongazione (o ampiezza)

— frequenza

— angolo di fase iniziale.

Tutto ciò è specificato nelle domande che compaiono sullo schermo, dopo che è stata fatta la scelta del moto 3.

Occorre rammentare che gli angoli sono espressi in radianti.

```
                    COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

INSERIMENTO PARAMETRI DEI MOTI

Asse X:     S=f(t)Asin(2πft+θ)

  Elongazione?      (Es. 3)      Attuale: 3          : 3

  Frequenza?        (Es. 1/3)    Attuale: .3333333   : .3333333

  Fase iniziale?    (Es. 0)      Attuale: 0          : 0

Asse Y:     S=f(t)Asin(2πft+θ)

  Elongazione?      (Es.     3)  Attuale: 3          : 3

  Frequenza?        (Es. 1/6)    Attuale: .1666667   : .1666667

  Fase iniziale?    (Es. p/2)    Attuale: 1.570796   : 1.570796

Conferma (s/n)?
```

A proposito della funzione f(t) (opzionale e disponibile solo nel caso del moto armonico) che controlla la perdita di energia già si è detto di vedere, più avanti, la voce relativa (§ *La funzione che controlla la perdita di energia*).

INSERIMENTO DEI PARAMETRI DELLA GRAFICA

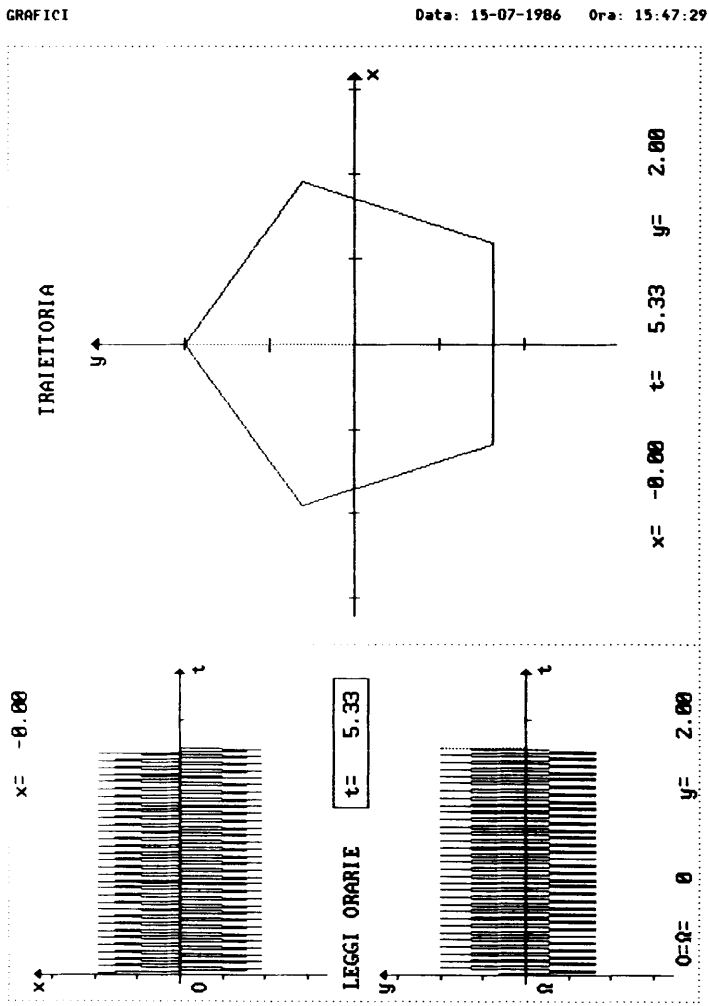
I parametri previsti per la grafica sono i seguenti:

— **Precisione video o stampante**. Il significato della domanda relativa alla precisione è ampiamente trattato al § *Precisione video o stampante* del Capitolo 3. Se si risponde premendo il tasto [s] oppure il tasto [CR] si ottiene *precisione su stampante.*

— **Composizione per punti**. Se si risponde premendo il tasto [s] oppure il tasto [CR] si ottengono grafici tracciati per punti. Chi volesse rendere più evidente la traiettoria o volesse costruire esercizi particolari (es. costruzione di poligoni regolari come nella Fig. 4.7) sceglierà un tracciamento per linee (spezzate).

```
                    COMPOSIZIONE DI MOTI
                     SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI                                    Data: 15-07-1986   Ora: 15:47:29
_____________________________________________________________________________

Asse X:   S=Asin(2πft+θ)

   Elongazione              A = 2

   Frequenza                f = 6

   Fase iniziale            θ = 0
_____________________________________________________________________________

Asse Y:   S=Asin(2πft+θ)

   Elongazione              A = 2

   Frequenza                f = 6

   Fase iniziale            θ = 1.570795
_____________________________________________________________________________

Precisione su               STAMPANTE

Tracciamento per            LINEE

Ingrandimento               2

Incremento temporale        1 /30= 3.333334E-02
_____________________________________________________________________________

Esempio di costruzione di poligono regolare ottenuto componendo moti armonici.
```

Fig. 4.7/1



Esempio di costruzione di poligono regolare ottenuto componendo moti armonici.

Fig. 4.7/2

Conviene tenere presente che per incrementi temporali fini non è possibile ricostruire dettagliatamente dai grafici "per linee" informazioni adeguate sulla legge oraria, sulla velocità media e sull'accelerazione media negli intorni dei punti della traiettoria.

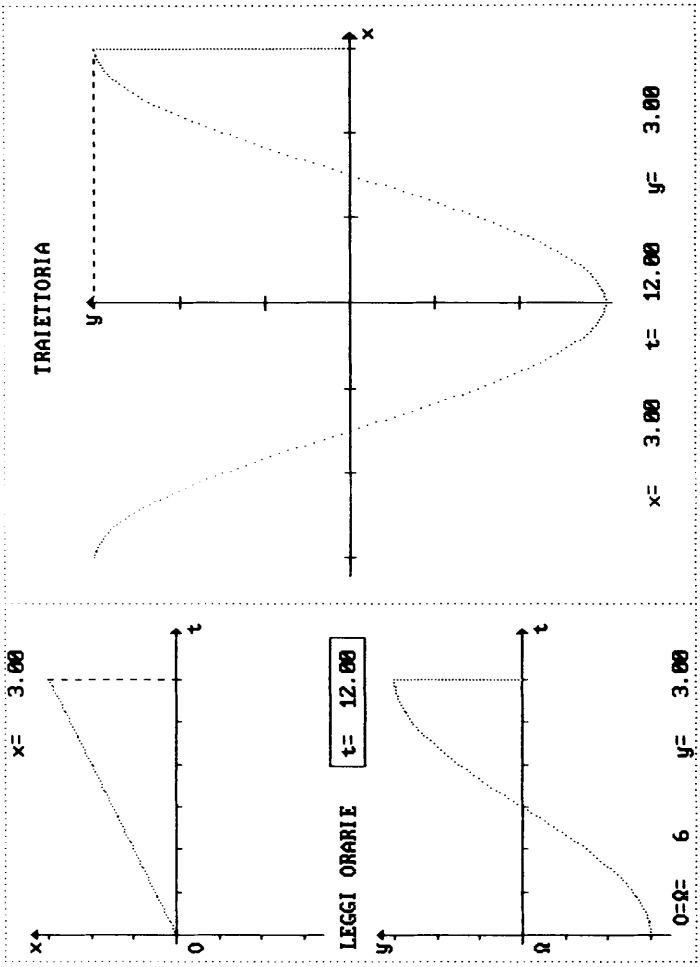
È dunque preferibile fare ampio uso di grafici per punti perché più ricchi di informazioni.

— **Ingrandimento**. Dal momento che lo spazio a disposizione sullo schermo lo consente, si è prevista la possibilità di ottenere un ingrandimento della traiettoria; si vedano in proposito le figure seguenti.

```
                    COMPOSIZIONE DI MOTI
                     SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI                                    Data: 14-07-1986   Ora: 14:13:25
------------------------------------------------------------------------------
Asse X:   S=S'+Vt
   Posizione iniziale        S'=-3
   Velocità                  V = .5
------------------------------------------------------------------------------
Asse Y:   S=Asin(2πft+θ)
   Elongazione               A = 3
   Frequenza                 f = 8.333334E-02
   Fase iniziale             θ = 1.570796
------------------------------------------------------------------------------
Precisione su                STAMPANTE
Tracciamento per             PUNTI
Ingrandimento                2
Incremento temporale         2 /30= 6.666667E-02
------------------------------------------------------------------------------
Esaminati i dati e il grafico, scrivere il testo di un esercizio.
```

Fig. 4.8/1

GRAFICI Data: 14-07-1986 Ora: 14:13:25



Esaminati i dati e il grafico, scrivere il testo di un esercizio.

Fig. 4.8/2

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 15-07-1986 Ora: 17:33:44**

Asse X: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 2.5
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 0

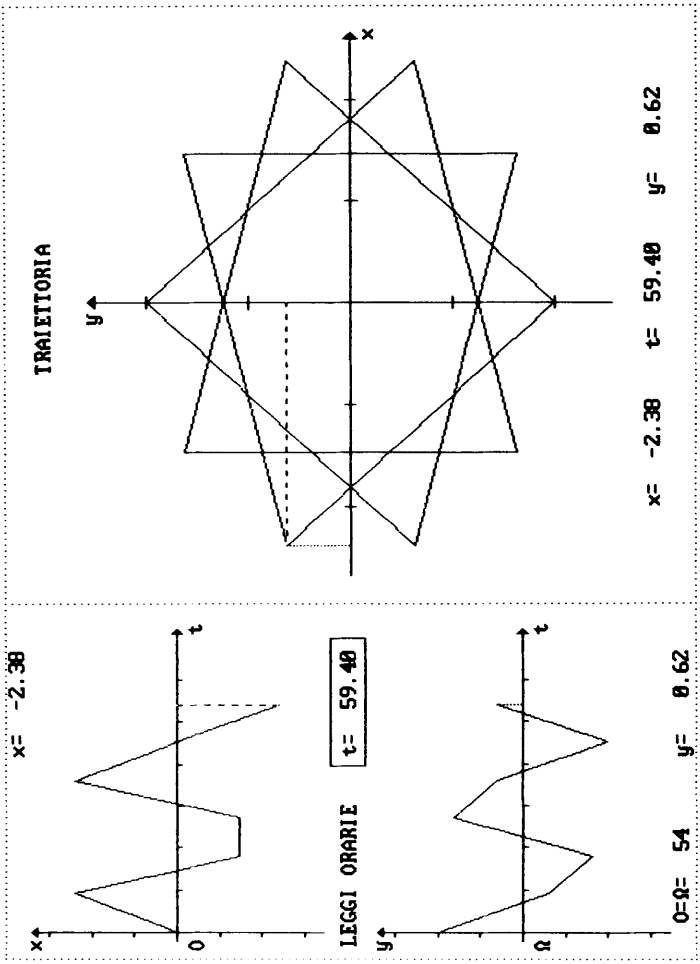
Asse Y: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 2
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 1.570796

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	LINEE
Ingrandimento	2.4
Incremento temporale	27 /30= .9

Esercizio: elencare le proprietà rilevate dall'osservazione del grafico.
Usare il compasso ed eventuali altri strumenti

Fig. 4.9/1



Esercizio: elencare le proprietà rilevate dall'osservazione del grafico.
Usare il compasso ed eventuali altri strumenti

Fig. 4.9/2

COMPOSIZIONE DI MOTI

SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 15-07-1986 Ora: 17:38:13**

Asse X: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 2.5
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 0

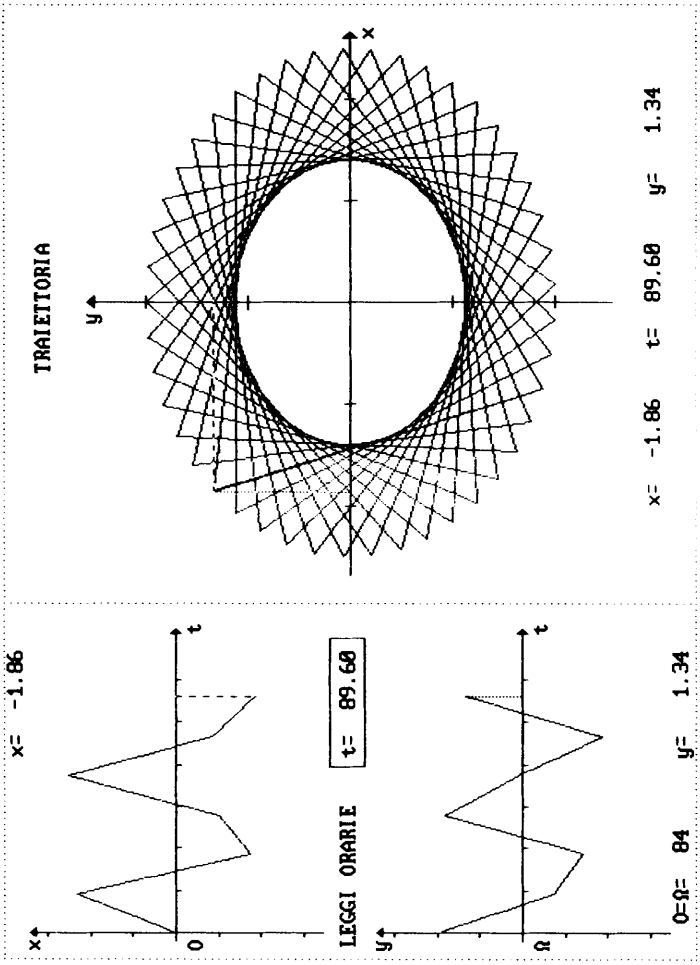
Asse Y: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 2
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 1.570796

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	LINEE
Ingrandimento	2.4
Incremento temporale	28 /30= .9333333

Esercizio: elencare le proprietà rilevate dall'osservazione del grafico.
Usare il compasso ed eventuali altri strumenti

Fig. 4.10/1



Esercizio: elencare le proprietà rilevate dall'osservazione del grafico.
Usare il compasso ed eventuali altri strumenti

Fig. 4.10/2

L'ingrandimento agisce anche sulle unità di misura in modo da non alterare i valori delle coordinate x, y nei vari grafici.

Disporre dell'ingrandimento risulta particolarmente utile quando si debbono eseguire misure di velocità e accelerazione nei vari punti della traiettoria; esso consente infatti di ottemperare a due esigenze e cioè a quella di assegnare valori ai parametri in modo da mantenere visibili i grafici delle leggi orarie e quella di avere un grafico della traiettoria sufficientemente grande per eseguire agevolmente le misure. Le figure sopra citate chiariscono il problema meglio di ogni altro discorso. Anche se il campo di ingrandimenti (o impicciolimenti) previsto è più ampio, nei casi abituali si ottengono risultati soddisfacenti scegliendo numeri razionali compresi tra 1 e 2, estremi inclusi.

— **Incremento temporale**. Si sono dati chiarimenti, in proposito, al § *Tempi di esecuzione* del Capitolo 3; converrà premettere la lettura del § *A proposito del tempo,* riportato nello stesso capitolo.

— **Indicazione di punti**. Le motivazioni per le quali è stata offerta la possibilità di introdurre indicazioni di punti sul piano della traiettoria sono presentate nel seguente § *Punti-segnale.* Quanto all'utilizzazione di questa opzione, si tratta semplicemente di assegnare i valori di x e y dei punti desiderati tenendo presente che nel caso di assenza di ingrandimento (ingrandimento eguale a 1) debbono essere rispettati i seguenti limiti $-6<x<6$; $-6<y<6$ altrimenti i punti-segnale non sono visibili sul piano xy.

Il nome *punti-segnale* è dato perché sullo schermo compare una crocetta, privata della parte centrale, in corrispondenza dell'assegnazione di ogni coppia di coordinate; ciò consente di controllare se al centro della crocetta comparirà, durante l'esecuzione del grafico, quel punto della traiettoria che era stato previsto.

Ecco come si presenta lo schermo dopo le risposte alle precedenti richieste.

```
COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

INSERIMENTO PARAMETRI DELLA GRAFICA

Precisione su video?     (Es. n)     Attuale: n     :

(Scegliendo la precisione su video si ottengono sulla stampante
grafici che non rispettano il cm come unità di misura sugli assi)

Premendo il tasto CR viene accettato il valore attuale
```

```
COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

INSERIMENTO PARAMETRI DELLA GRAFICA

Precisione su video?        (Es.    n)     Attuale: n     : n

Composizione per punti?     (Es.    s)     Attuale: s     : s

Ingrandimento               (Es.    1)     Attuale: 1     : 1

Incremento temp. k/30?      (Es.k=2)       Attuale: 1     :

Nota: Per facilitare l'immissione del dato si è fatto in modo che
k=1 corrisponda ad un incremento temporale lungo l'asse t
uguale al diametro del punto luminoso sullo schermo.

Premendo il tasto CR viene accettato il valore attuale
```

```
COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

INSERIMENTO PARAMETRI DELLA GRAFICA

Precisione su video?        (Es.    n)    Attuale: n    : n

Composizione per punti?     (Es.    s)    Attuale: s    : s

Ingrandimento?              (Es.    1)    Attuale: 1    : 1

Incremento temp. k/30?      (Es. k=2)     Attuale: 1    : 1

Indicazione di punti?       (Es.    n)    Attuale: n    : n

Conferma (s/n)?
```

Quando, a differenza del caso ora considerato, viene premuto **[s]** in risposta alla domanda sull'indicazione di punti, compare sullo schermo la seguente scritta:

```
COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

INSERIMENTO COORDINATE DI PUNTI NEL PIANO X,Y

Numero di punti?        (Max. 16)        Attuale: 1        : 8

Premendo il tasto CR viene accettato il valore attuale
```

e, una volta assegnato il numero di punti, compare la richiesta delle coppie di coordinate con la relativa conferma:

```
              COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

INSERIMENTO COORDINATE DI PUNTI NEL PIANO X,Y

Punto no 1

Ascissa?          (Es. 2.00)    Attuale: 0     : - 1
Ordinata?         (Es. 4.36)    Attuale: 0     : 1.5

Conferma (s/n)?
```

Le figure seguenti presentano esempi di grafici in cui sono stati fissati dei punti-segnale, dopo aver dato risposta affermativa alla domanda concernente l'indicazione di punti.

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 15-07-1986 Ora: 12:23:59**

Asse X: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 2
Frequenza	f = .2222222
Fase iniziale	θ = 0

Asse Y: S=Asin(2πft+θ)

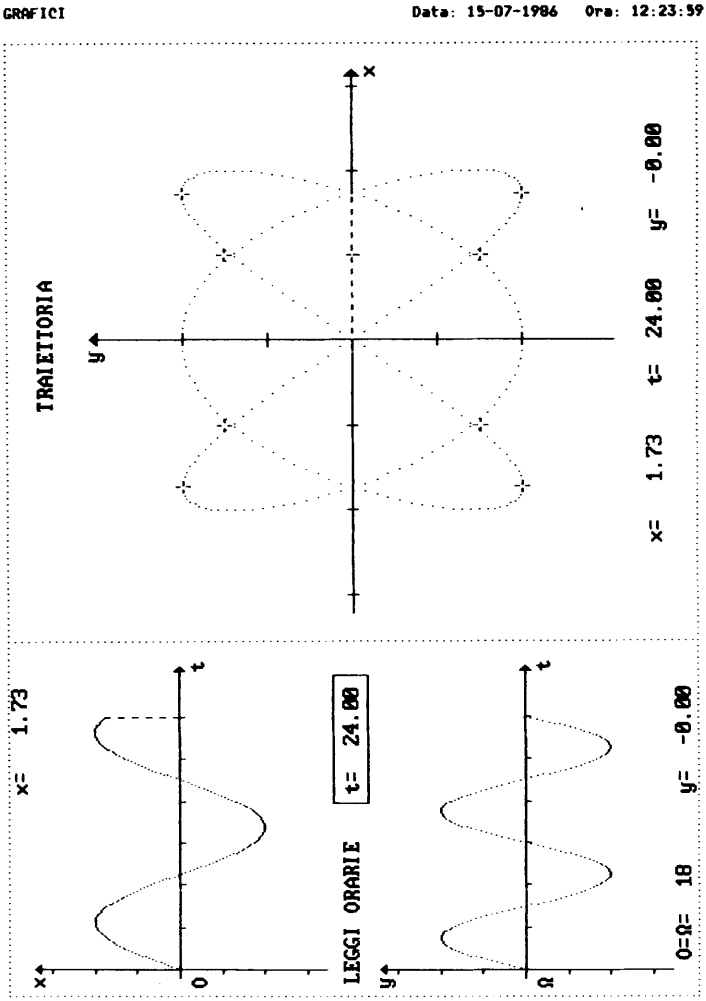
Elongazione	A = 2
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 0

Punti-segnale	(-1 , 1.5) (1 , 1.5) (-1 ,-1.5) (1 ,-1.5) (1.732051 , 2) (1.732051 ,-2) (-1.732051 , 2) (-1.732051 ,-2)

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	2
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Distinguere, mediante il calcolo, i punti-segnale attraverso i quali il punto mobile deve passare da quelli dai quali non passa.

Fig. 4.11/1



Distinguere, mediante il calcolo, i punti-segnale attraverso i quali il punto mobile deve passare da quelli dai quali non passa.

Fig. 4.11/2

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 15-07-1986 Ora: 12:49:07**

Asse X: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 2
Frequenza	f = .2222222
Fase iniziale	θ = 1.570795

Asse Y: S=Asin(2πft+θ)

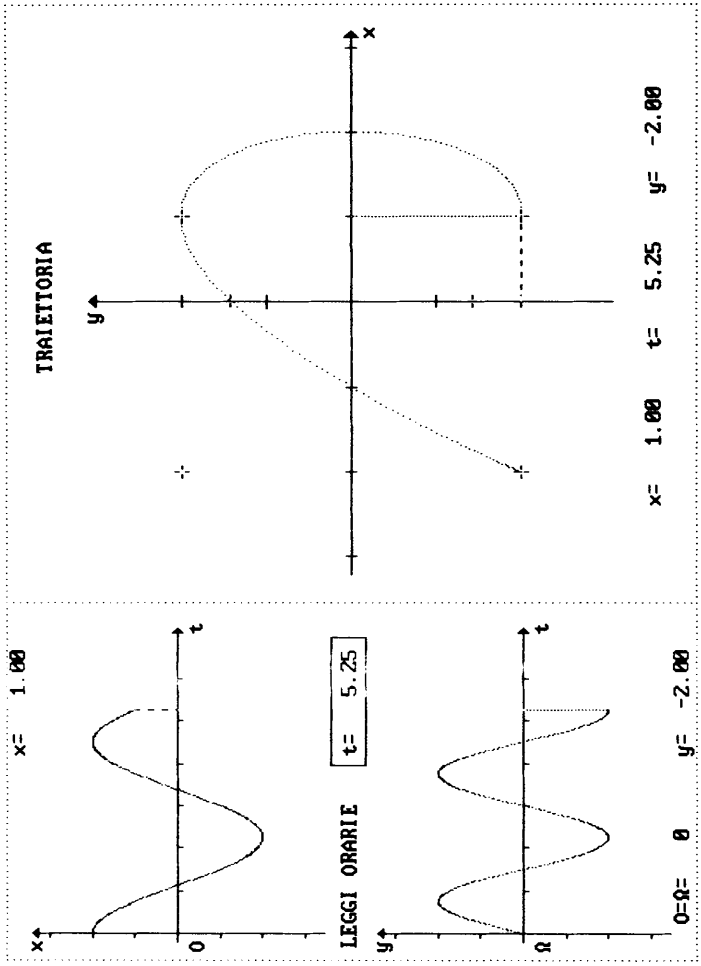
Elongazione	A = 2
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 0

Punti-segnale	(1 , 2)
	(1 ,-2)
	(0 , 1.414214)
	(-2 , 2)
	(-2 ,-2)
	(0 ,-1.414214)

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	2
Incremento temporale	.5 /30= 1.666667E-02

Distinguere, mediante il calcolo, i punti-segnale attraverso i quali il punto mobile deve passare da quelli dai quali non passa.

Fig. 4.12/1



Distinguere, mediante il calcolo, i punti-segnale attraverso i quali il punto mobile deve passare da quelli dai quali non passa.

Fig. 4.12/2

PUNTI-SEGNALE

Fra i molteplici esercizi che possono essere preparati sul moto ve ne sono alcuni che l'autore ritiene particolarmente significativi per una migliore comprensione della meccanica; si allude ad esercizi in cui, note le leggi del moto, si chiede di scegliere i parametri in modo che la traiettoria del mobile passi per determinati punti del piano; tipico è il problema di lanciare un corpo da un punto A, in un campo di forze costanti, in modo che raggiunga un punto B (passando eventualmente per un punto C o rispettando qualche altra condizione); il problema, in modo ben più articolato, è stato oggetto di approfondimento con gli studenti di una terza liceo scientifico (si veda il Capitolo 6); altri esercizi in cui si impiegano *punti-segnale* sono proposti nel Capitolo 8.

I *punti-segnale* vengono introdotti sempre prima dell'esecuzione del grafico nel senso che l'accesso all'opzione comporta la perdita di un eventuale grafico precedente (a meno che non si provveda a conservarlo seguendo le indicazioni che verranno date al § *Opzioni,* tasto [O]); l'assenza del grafico renderà più evidente se la traiettoria del mobile passerà per i *punti-segnale* oppure no.

L'autore coglie l'occasione per sottolineare l'importanza che ha, dal punto di vista didattico, ogni esercizio che comporti la verifica dei risultati ottenuti: non è la stessa cosa controllare un risultato fra le risposte di un eserciziario o eseguirne la verifica.
Una verifica è un nuovo esercizio che consente di imparare molto, riflettendo sugli errori commessi.
Fra gli esercizi di verifica, calcolate le equazioni della traiettoria di un mobile, si facciano calcolare anche le coordinate di alcuni punti che vengono raggiunti in istanti particolari. Quando compare sullo schermo la domanda relativa, si immettano le coordinate di questi punti e si faccia controllare l'effettivo passaggio della traiettoria per ciascuno di essi; se la traiettoria è data per punti, si presentano come molto interessanti i casi in cui l'istante del passaggio per il punto è multiplo dell'incremento temporale.
Quando il problema non è banale e la verifica non torna, vale la pena di sollecitare la caccia all'errore, chiedendo di prendere nota delle tappe percorse e della eventuale correzione: così si dà un poco di spazio anche alla fantasia e si possono raccogliere ulteriori elementi per stabilire che cosa sarà opportuno sottolineare nelle fasi successive dell'insegnamento.

LA FUNZIONE CHE CONTROLLA LA PERDITA DI ENERGIA

Quando si studiano moti realizzati con mezzi meccanici ci si imbatte nel problema della perdita di energia dovuta agli attriti più o meno rilevanti. Si è voluto, almeno in un caso, (quello del moto armonico) consentire di tenerne conto fissando i coefficienti di una funzione che potrebbe essere pensata come la parte iniziale dello sviluppo in serie di una funzione incognita.

Quando viene data risposta affermativa alla domanda: *Perdita di energia?* (domanda che è formulata solo se uno dei moti scelti è il moto armonico) il programma, una volta conclusa l'immissione dei parametri del moto, richiederà i coefficienti della funzione come segue:

```
                COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

PERDITA DI ENERGIA

Asse Y:    f(t) = 1 + C1*t + C2*t^2 + C3*t^3 + C4*t^4 + C5*t^5

  Coefficiente C1?          Attuale: -.1        : -.1

  Coefficiente C2?          Attuale:  .001      : .001

  Coefficiente C3?          Attuale:  0         : 0

  Coefficiente C4?          Attuale:  0         : 0

  Coefficiente C5?          Attuale:  0         : 0

Conferma (s/n)?
```

Mediante la funzione in questione, per valori di t non troppo alti, si riescono a ricostruire, con buona approssimazione, le traiettorie di alcuni moti rilevate fotograficamente. Si può cominciare con l'approssimazione lineare ed è interessante osservare che cosa accade se si lascia aumentare troppo il valore di t (Fig. 4.13); da un certo punto in poi l'energia, invece di continuare a diminuire, aumenta perché ...

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 14-07-1986 Ora: 22:00:32**

Asse X: S=S'+Vt

Posizione iniziale	S'=-6
Velocità	V = .5

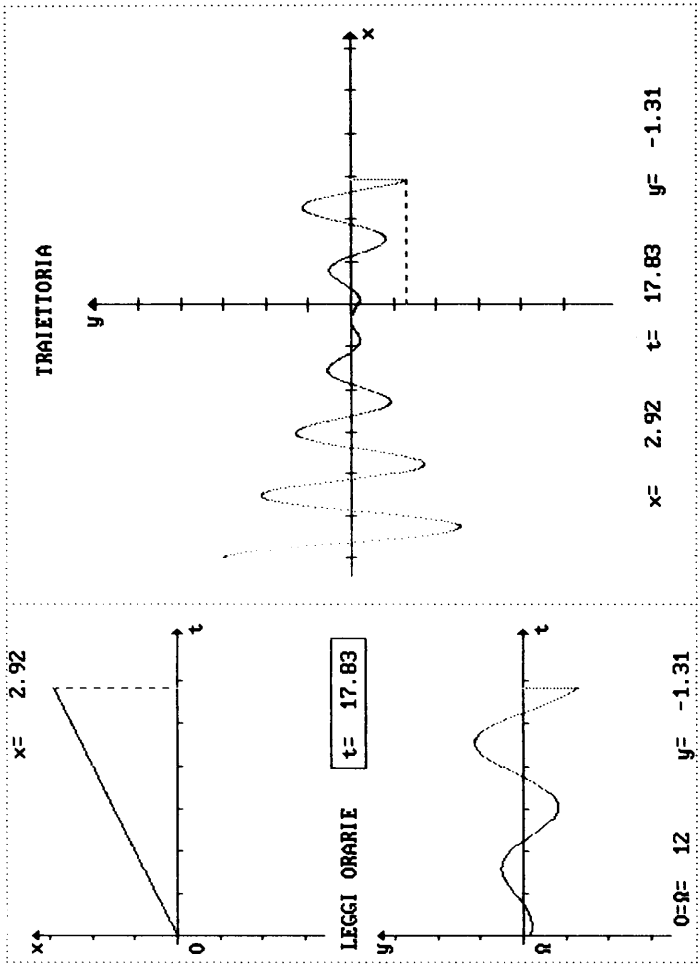
Asse Y: S=f(t)Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 3
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 1.570796
Perdita di energia	f(t)=1+C1*t+C2*t^2+C3*t^3+C4*t^4+C5*t^5 C1=-.1 C2= .001 C3= 0 C4= 0 C5= 0

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	1
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Esaminati i dati, dare una giustificazione del grafico della traiettoria.

Fig. 4.13/1



Esaminati i dati, dare una giustificazione del grafico della traiettoria.

Fig. 4.13/2

Disporre, nel programma, di una funzione che interpreti la perdita di energia apre la strada a esplorazioni e a "scoperte" alla portata degli studenti di scuola media superiore e senz'altro a loro utili. Occorre però avvertire che la ripetizione di tentativi di modifica dei coefficienti (per raggiungere approssimazioni più fini nella simulazione di un moto) non è sempre la strada più opportuna, se non si sono fatte prima delle misure, e se ogni volta (cioè per ogni scelta dei coefficienti) le misure non vengono ripetute. Non bisogna poi illudersi di ottenere risultati significativi per ogni valore di t. La funzione scelta per la perdita di energia è assolutamente inadeguata per interpretare la situazione fisica rappresentata dalla fotografia di Fig. 5.28 dalla quale si rileva una sorta di battimenti, dovuti forse a oscillazioni indotte sui vincoli; a proposito della fotografia di Fig. 5.28 sarebbe interessante conoscere altre possibili interpretazioni, ma occorre sapere, a questo punto, ciò che è stato fotografato; per le precisazioni del caso si rimanda al secondo esempio di lezione del Capitolo 6.

Va notato, infine, che la funzione *perdita di energia* può essere impiegata per trattare problemi di tutt'altro tipo e, se si vuole, non connessi al moto armonico; basta infatti scegliere per il moto 3 la frequenza uguale a zero e la fase uguale a $\pi/2$ per ottenere, per ogni valore di t, $\sin(2\pi f \cdot t + \pi/2) = 1$. Allora, il moto 3 viene trasformato dal fattore *perdita di energia* in moti interpretati da una funzione polinomiale di 5° grado; essa contiene come casi particolari i moti 1 e 2. Il moto 1 si ritrova precisamente quando:

$$|C2| + |C3| + |C4| + |C5| = 0$$

e il moto 2 quando:

$$|C3| + |C4| + |C5| = 0.$$

Esempi di impiego della funzione f(t) relativa alla perdita di energia sono trattati nelle figure seguenti.

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 15-07-1986 Ora: 16:53:40**

Asse X: S=S'+Vt

Posizione iniziale	S'=-3
Velocità	V = .5

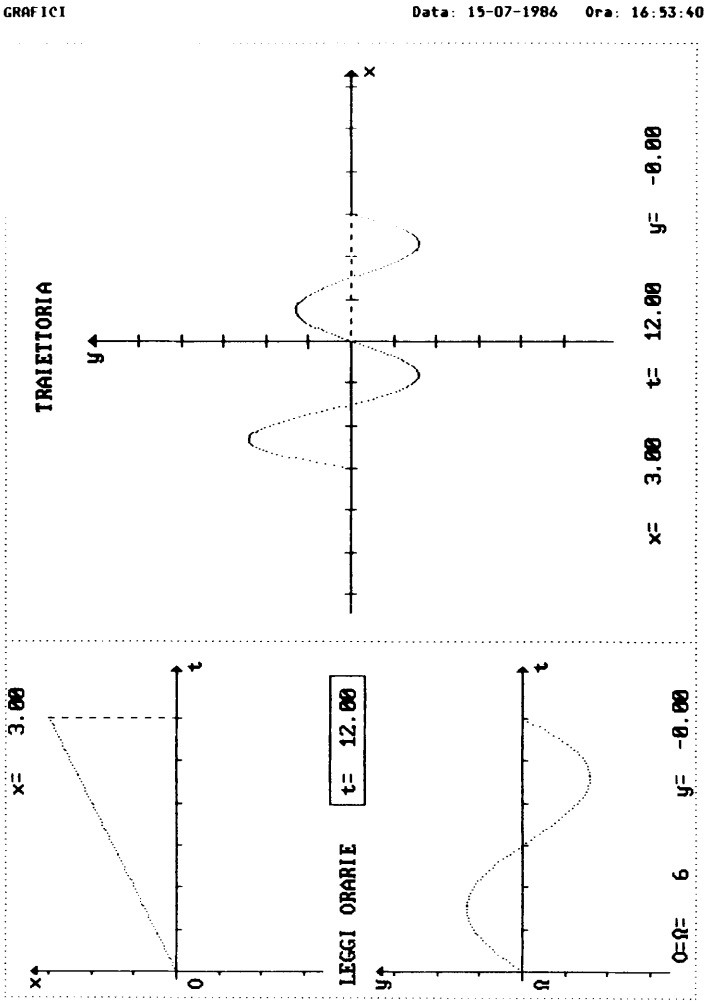
Asse Y: S=f(t)Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 3
Frequenza	f = .1666667
Fase iniziale	θ = 0
Perdita di energia	f(t)=1+C1*t+C2*t^2+C3*t^3+C4*t^4+C5*t^5 C1=-.15 C2= .01 C3= 0 C4= 0 C5= 0

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	1
Incremento temporale	2 /30= 6.666667E-02

Esercizio: elencare le proprietà rilevate dall'osservazione del grafico.
Usare il compasso ed eventuali altri strumenti

Fig. 4.14/1



Esercizio: elencare le proprietà rilevate dall'osservazione del grafico.
Usare il compasso ed eventuali altri strumenti

Fig. 4.14/2

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 14-07-1986 Ora: 21:41:31**

Asse X: $S=S'+V't+\frac{1}{2}At^2$

Posizione iniziale	S'=-3
Velocità iniziale	V'= 2
Accelerazione	A =-.34

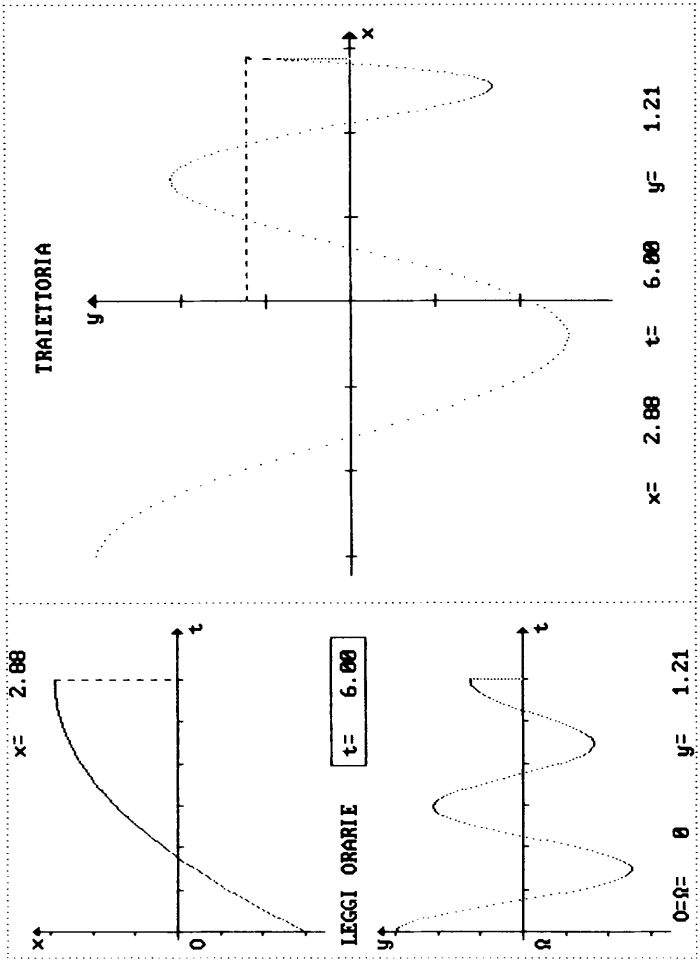
Asse Y: $S=f(t)A\sin(2\pi ft+\theta)$

Elongazione	A = 3
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 1.570796
Perdita di energia	f(t)=1+C1*t+C2*t^2+C3*t^3+C4*t^4+C5*t^5 C1=-.1 C2= .0001 C3= 0 C4= 0 C5= 0

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	2
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Esempio di variazione di energia.

Fig. 4.15/1



Esempio di variazione di energia.

Fig. 4.15/2

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 15-07-1986 Ora: 16:16:55**

Asse X: S=f(t)Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 3
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 0
Perdita di energia	f(t)=1+C1*t+C2*t^2+C3*t^3+C4*t^4+C5*t^5 C1=-.01 C2= .0001 C3=-.000001 C4= 0 C5= 0

Asse Y: S=f(t)Asin(2πft+θ)

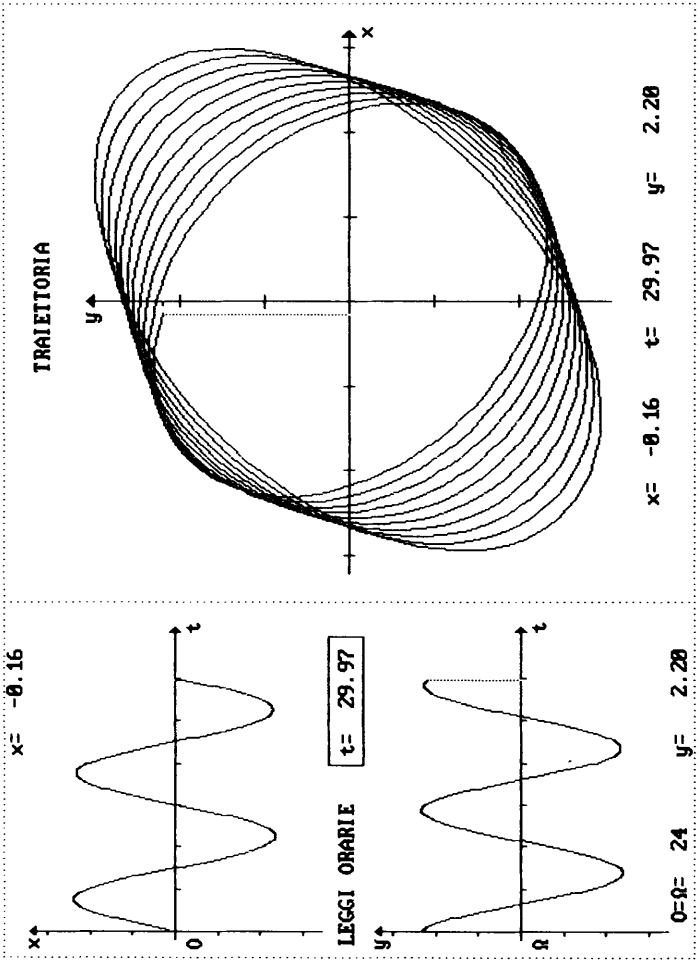
Elongazione	A = 3
Frequenza	f = .338
Fase iniziale	θ = 1.047197
Perdita di energia	f(t)=1+C1*t+C2*t^2+C3*t^3+C4*t^4+C5*t^5 C1=-.01 C2= .0001 C3=-.000001 C4= 0 C5= 0

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	LINEE
Ingrandimento	2
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Distinguere gli effetti della piccola differenza di frequenza tra i due moti e quello della diminuzione di energia.

Fig. 4.16/1

GRAFICI Data: 15-07-1986 Ora: 16:16:55



Distinguere gli effetti della piccola differenza di frequenza tra i due moti e quello della diminuzione di energia.

Fig. 4.16/2

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 15-07-1986 Ora: 17:23:32**

Asse X: S=f(t)Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = .5
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 0
Perdita di energia	f(t)=1+C1*t+C2*t^2+C3*t^3+C4*t^4+C5*t^5 C1= .05 C2= 0 C3= 0 C4= 0 C5= 0

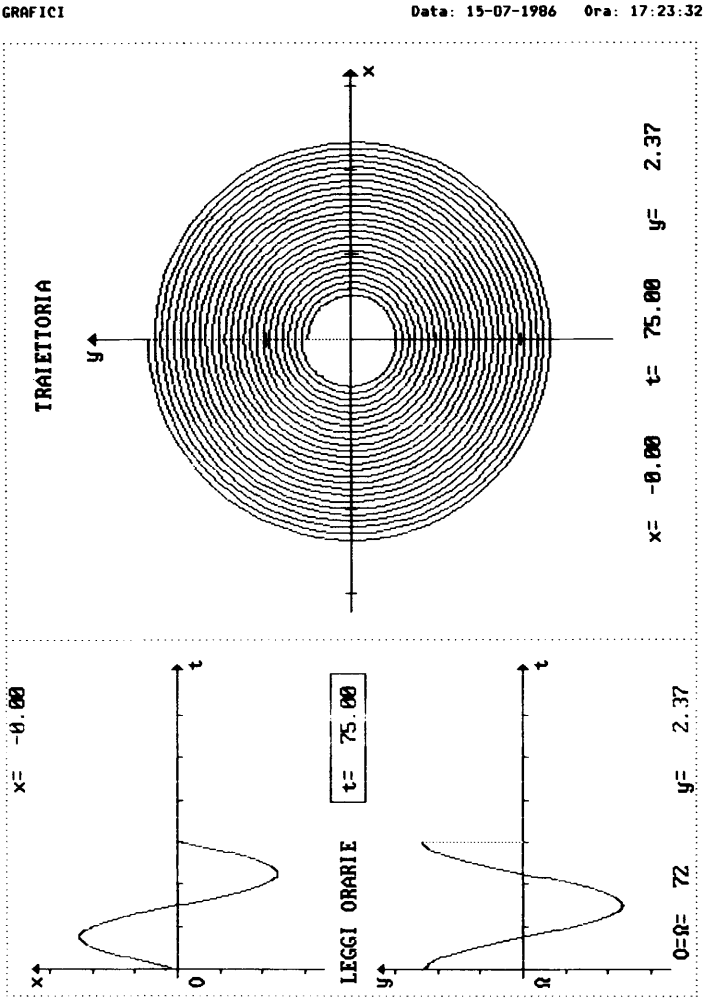
Asse Y: S=f(t)Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = .5
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 1.570796
Perdita di energia	f(t)=1+C1*t+C2*t^2+C3*t^3+C4*t^4+C5*t^5 C1= .05 C2= 0 C3= 0 C4= 0 C5= 0

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	LINEE
Ingrandimento	2
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Traiettoria percorsa da una formica che cammina radialmente e di moto uniforme sul piatto di un giradischi in rotazione. Calcolare le velocità della formica!

Fig. 4.17/1



Traiettoria percorsa da una formica che cammina radialmente e di moto uniforme sul piatto di un giradischi in rotazione. Calcolare le velocità della formica!

Fig. 4.17/2

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 21-09-1986 Ora: 09:18:53**

Asse X: S=S'+Vt

Posizione iniziale	S'=-5
Velocità	V = 5

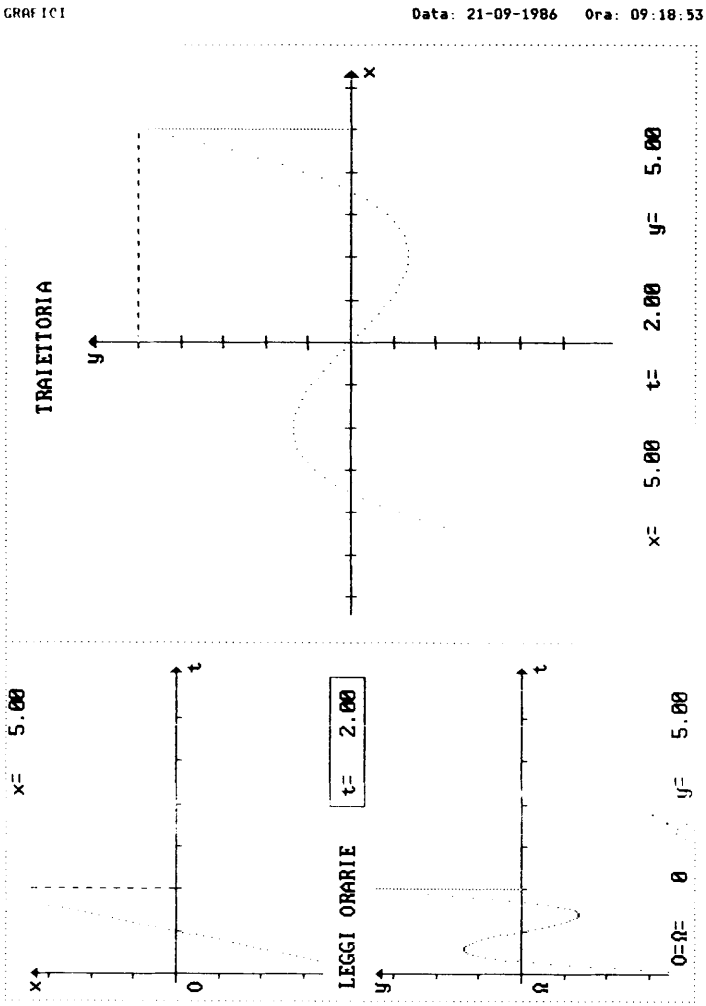
Asse Y: S=f(t)Asin(2πft+θ)

Elongazione	A =-5
Frequenza	f = 0
Fase iniziale	θ = 1.570796
Perdita di energia	f(t)=1+C1*t+C2*t^2+C3*t^3+C4*t^4+C5*t^5 C1=-5 C2= 6 C3=-2 C4= 0 C5= 0

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	1
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Esempio di impiego della funzione f(t) [perdita di energia] per studiare nuovi tipi di moto.

Fig. 4.18/1



Esempio di impiego della funzione f(t) [perdita di energia] per studiare nuovi tipi di moto.

Fig. 4.18/2

CICLO DI ESECUZIONE

Confermata la risposta all'ultima domanda, inizia il ciclo di esecuzione che può essere interrotto, premendo [f], per consentire di soffermarsi a riflettere sui comportamenti osservati. L'uso del tasto [f] si è rivelato molto utile durante le lezioni, per passare ripetutamente dalla osservazione alla spiegazione.

Il ciclo riprende se si preme nuovamente il tasto [f].

Il tasto [ESC], che consente di accedere alla tabella delle opzioni (cfr. paragrafo seguente), interrompe il ciclo di esecuzione.

Alla tabella delle opzioni si può accedere anche quando il ciclo di esecuzione è stato bloccato mediante [f]: ciò è particolarmente utile quando si vuole accedere alla opzione di stampa, perché consente di controllare la figura che verrà stampata.

Descrizione di ciò che compare sullo schermo durante il ciclo di esecuzione

Lo schermo appare diviso in tre parti, in ciascuna delle quali è collocato un sistema d'assi, fissato dal programma. Come unità di misura è stato scelto il centimetro. All'utente è consentito di variare l'unità di misura del solo sistema collocato sulla destra (sistema xy) agendo sul parametro "ingrandimento"; si rammenta che il terzo grafico è strettamente connesso ai due precedenti e ad essi occorre sempre fare riferimento (si riveda il § *Ingrandimento*, trattato in questo stesso capitolo).

Il primo grafico presenta il diagramma della legge oraria lungo l'asse x; il secondo grafico presenta il diagramma della legge oraria lungo l'asse y; fra i due grafici è collocata la scritta "LEGGI ORARIE" e, accanto a questa, un cronometro digitale (che si arresta e riprende il computo per ogni arresto e avvio del ciclo di esecuzione). Sulla sinistra, in alto e in basso, vengono stampati i valori assunti rispettivamente da x e da y ad ogni istante (o meglio per ogni scatto del cronometro).

Per comprendere bene il legame fra i tre grafici conviene operare, all'inizio, con ingrandimento uguale a 1. Allora (si veda, per fissare le idee, la Fig. 4.1) si potrà rilevare sullo stampato, operando con un compasso a punte fisse, che, per ogni istante, l'ordinata x del 1° grafico è uguale all'ascissa x del 3° grafico e che l'ordinata y del 2° grafico è uguale all'ordinata y del 3°. Ciò è sottolineato da due elementi di richiamo:

a. Richiamo grafico. I segmenti corrispondenti (e sempre uguali fra loro) sono indicati a trattini per le x e a puntini per le y, nel caso dello SCREEN 3; nel caso dello SCREEN 2 le x sono indicate a tratto continuo.

b. Richiamo digitale. Ai piedi del terzo grafico sono visibili, ad ogni arresto, i valori di x, t, y; tali valori compaiono anche sugli stampati ottenuti ricorrendo all'opzione [s] (si veda, più avanti, la voce *stampe*).

Quando si scelga un ingrandimento diverso da 1 il "richiamo digitale" resta immutato, mentre cambia, appunto, quello grafico. Anche in questo caso si può fare una verifica: il rapporto fra segmenti corrispondenti deve essere uguale all'ingrandimento.

Quando si abbiano ben presenti i criteri, ora descritti, con i quali sono stati costruiti i grafici non si ha difficoltà a risolvere molti degli esercizi presentati nel manuale.

OPZIONI

Se durante l'esecuzione dei moti si preme il tasto [ESC], la figura dello schermo viene sostituita dal seguente elenco di possibili scelte:

```
                    COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI
OPZIONI

  c   Per continuare l'esecuzione
  m   Per cambiare i moti componenti
  o   Per ottenere sovrapposizioni di traiettorie
  p   Per cambiare i parametri
  r   Per riprendere l'esecuzione con gli stessi parametri
  s   Per stampare
  t   Per terminare l'esecuzione

Premere il tasto corrispondente all'operazione desiderata
```

I tasti che danno accesso alle varie opzioni sono indicati, in ordine alfabetico, mediante una lettera di richiamo facilmente memorizzabile; ciò consente di evitare fastidiose riletture della tabella.

[c] continuazione

Premendo [c] il programma rientra nel ciclo di esecuzione a partire dalle condizioni in cui si trovava al momento in cui era stato arrestato mediante pressione del tasto [ESC].

L'opzione [c] si rivela necessaria sia nel caso in cui venga premuto il tasto [ESC] per errore, sia nel caso in cui si voglia continuare l'esecuzione dopo aver eseguito una stampa, mediante l'opzione [s].

[m] scelta dei moti

L'opzione consente di cambiare uno o entrambi i moti sui due assi, senza dover avviare il programma da capo; i valori dei parametri relativi alla esecuzione precedente vengono conservati e possono perciò essere confermati premendo [CR], quando ne viene richiesto il valore.

[o] sovrapposizione di traiettorie

L'opzione è stata pensata per favorire i confronti fra due distinte traiettorie; non è il caso di servirsene agli inizi dell'utilizzazione del programma perché potrebbe distogliere l'attenzione da ciò che è più importante. Per evitare confusione nella interpretazione degli stampati, verrà messo in evidenza con un scritta (*traiettorie sovrapposte*) se il grafico riporta anche traiettorie di moti precedenti all'ultima esecuzione; in questo caso, non solo i parametri potrebbero avere valori differenti, ma i moti stessi potrebbero essere diversi. Infatti, una volta selezionata l'opzione [o], sullo schermo compare la seguente possibilità di scelte:

```
                    COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

SOVRAPPOSIZIONE TRAIETTORIE

  CR    Per tornare al menu precedente

  m     Per cambiare i moti componenti

  p     Per cambiare i parametri

Premere il tasto corrispondente all'operazione desiderata
```

La possibilità di confrontare distinte traiettorie si è rivelata molto utile nella formulazione di alcuni esercizi (cfr. Capitolo 8).

[p] valori dei parametri

Mantenendo gli stessi moti componenti, l'opzione consente di mutare in tutto o in parte i parametri del moto e/o quelli della grafica; si tratta di intervenire soltanto sui valori che si vogliono mutare perché tutti i valori della esecuzione precedente sono conservati in memoria e vengono confermati premendo [CR].
Le richieste relative ai parametri della grafica seguono immediatamente le richieste relative ai parametri dei moti.

[r] ripetizione

Questa opzione è stata introdotta perché utilissima quando il programma viene impiegato durante lo svolgimento di una lezione; le situazioni che si susseguono sullo schermo richiedono spesso varie spiegazioni ed è comodo poter ritornare subito su immagini appena viste per fissarle e discuterne. Dopo che si è premuto [r], il programma riprende da capo il ciclo di esecuzione. Premere [r] equivale dunque a premere [p] seguito da tanti [CR] quanti sono necessari per la conferma dei valori di tutti i parametri.

[s] stampe

Alla chiamata dell'opzione [s] si presenta il seguente quadro:

```
                COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

a       Stampa completa con eventuali opzioni

b       Stampa del solo grafico

CR      Per ritornare alla tabella delle opzioni

Premere il tasto corrispondente all'operazione desiderata
```

Conviene iniziare la descrizione a partire dal fondo:

Con [CR] si evita la noia di dover eseguire una stampa chiamata per errore (involontaria pressione sul tasto [s]).

Premendo [b] si ottiene la stampa del grafico che viene centrato sul foglio.

Se, infine, si preme [a] vengono stampati due moduli distinti, uno contenente i dati, l'altro contenente il grafico. (Con moduli, secondo una locuzione corrente, si intendono fogli di determinata lunghezza, connessi uno all'altro e dotati di fori laterali che permettono il corretto trascinamento da parte della stampante.)

Questo tipo di stampa è stato progettato e curato non solo al fine di conservare i risultati ottenuti durante le esercitazioni, ma anche per la preparazione di esercizi.

Su entrambi i fogli è stampata la data e l'ora di esecuzione. Si ha così un criterio sicuro (se la scuola dispone di un unico calcolatore) e comunque di un criterio molto affidabile per ricostruire la corrispondenza tra i due fogli anche quando, separati, passano per diverse mani. È infatti assai poco probabile che due differenti calcolatori abilitino un comando di stampa con coincidenza di data, ora, minuto, secondo; la probabilità di confusione può essere ulteriormente ridotta facendo stampare sui due fogli il nome dello

studente e la relativa classe (si veda più sotto la tabella delle *varianti di stampa*). Per alcuni esercizi l'insegnante potrà conservare il primo foglio (utile poi per le correzioni) e consegnare il secondo allo studente; in altri casi lo studente si eserciterà sul primo foglio e l'insegnante potrà conservare il secondo per la verifica; nel manuale non mancano esercizi che prevedono la consegna di entrambi i fogli allo studente ed altri ancora che prevedono la consegna dei fogli (per la verifica), solo quando egli ha ottenuto la soluzione. Nei Capitoli 5 e 6 sono presentati alcuni esempi.

Il seguente elenco riporta ciò che viene stampato sul primo foglio:

1. Equazioni delle leggi orarie del moto lungo i due assi, con i relativi coefficienti.

2. Eventuale funzione (con i relativi coefficienti) che controlla la perdita di energia su ciascuno dei due assi.

3. Coordinate dei punti-segnale.

4. Precisione video o stampante.

5. Tracciamento per punti o per linee.

6. Ingrandimento.

7. Incremento temporale.

8. Eventuali commenti.

9. Nomi eventuali di alunni e/o classi

10. Eventuali esercizi.

Il secondo foglio, oltre al grafico, potrà riportare qualcuna delle informazioni enumerate nel seguente elenco:

1. Nel piano xy l'ultima traiettoria eseguita è sovrapposta a traiettorie precedenti (abbreviato in *traiettorie sovrapposte*).

   Con ciò si vuole rammentare anche che i dati riportati sul primo foglio sono relativi all'ultima traiettoria eseguita e a questa soltanto.

2. Nomi di alunni e/o classi.

3. Testo di un esercizio.

4. Leggi orarie del moto.

È bene chiarire che la stampa dei dati ha inizio appena viene premuto il tasto [a], ma si arresta prima del grafico per consentire alcune scelte precisate dalle seguenti scritte che compaiono sullo schermo:

COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

VARIANTI DI STAMPA

CR Per continuare la stampa

a Per aggiungere un commento

b Per aggiungere nomi di alunni

c Per cancellare dati di esecuzioni precedenti

d Per aggiungere un esercizio

e Per aggiungere le equazioni dei moti sul foglio del grafico

Premere il tasto corrispondente all'operazione desiderata

Nota: ad eccezione del commento, le varianti verranno stampate solo dopo l'invio del comando CR (per continuare la stampa)

Come si vede la stampa continuerà solo se verrà premuto il tasto [CR].

Premendo [a] il programma si predispone a ricevere dalla tastiera un commento che verrà stampato, riga per riga, solo sul foglio dei dati. Prima di immettere la riga battuta (premendo [CR]) occorre procedere alla correzione degli eventuali errori.

```
                COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

INSERIMENTO COMMENTO

Deve essere inserita una riga per volta: l'inserimento continua fino a
quando viene premuto solo CR.

<—> Per muovere   INS Per inserire   BS/DEL Per cancellare   CR Per terminare
```

Premendo [b] il programma si predispone a ricevere dalla tastiera i nomi di alunni e/o della classe; in questo caso sarà possibile correggere anche quando la riga è stata immessa: basta infatti ritornare (premendo [CR]) alla tabella delle VARIANTI DI STAMPA e scegliere di nuovo l'opzione [b].

```
                COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

INSERIMENTO NOMI

    E' disponibile una riga

<—> Per muovere   INS Per inserire   BS/DEL Per cancellare   CR Per terminare
```

L'opzione [c] è stata prevista per i casi in cui non si voglia che una nuova esecuzione contenga i nomi degli alunni o il testo dell'esercizio della esecuzione precedente o che vengano stampate le equazioni del moto.

Non occorre evidentemente ricorrere all'opzione [c] se le opzioni [b],[d],[e] non erano state chiamate in precedenza.

È legittimo chiedersi se non era possibile evitare la complicazione delle cancellature provvedendo, direttamente, da programma. Con l'uso del programma ci si accorgerà invece della opportunità della scelta; chi infatti non scrive non ha neppure bisogno di cancellare mentre chi scrive ha vantaggio quando gli si risparmia di riscrivere la stessa cosa dal momento che uno stesso testo si adatta a svariate scelte di parametri; d'altra parte è noto che il mezzo più sicuro per evitare che gli studenti si esercitino in copiature brutali è quello di assegnare esercizi differenziati (stesso testo di base ma con parametri variati).

Alla chiamata dell'opzione [c], sullo schermo, compariranno le seguenti scritte che non necessitano di ulteriori chiarimenti:

```
                COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

        CANCELLAZIONE DATI

CR      Per tornare al menu precedente

a       Per cancellare i nomi di alunni

b       Per cancellare l'esercizio

c       Per cancellare le equazioni dei moti (da stampare sul foglio del
        grafico)

        Premere il tasto corrispondente all'operazione desiderata
```

L'opzione [d] consente di avere a disposizione due righe per formulare un esercizio che verrà stampato sia sul foglio dei dati, sia sul foglio del grafico; si dispone anche, ma in alternativa, di formulazioni fisse come si rileva dal seguente quadro:

COMPOSIZIONE DI MOTI SU ASSI ORTOGONALI

INSERIMENTO ESERCIZIO

a Scrivere le equazioni delle leggi orarie e della traiettoria

b Calcolare il tempo impiegato dal mobile per raggiungere i punti-segnale della traiettoria

c Calcolare la velocità nei punti-segnale della traiettoria

d Elencare le proprietà rilevate dall'osservazione del grafico. Usare il compasso ed eventuali altri strumenti

e Tracciare i grafici delle leggi orarie e della traiettoria

f .... (da inserire)

Premere il tasto corrispondente all'operazione desiderata

A proposito delle *varianti di stampa* si aggiungono i seguenti rilievi:

Con l'opzione [e] si chiede che le equazioni dei moti siano stampate anche sul foglio del grafico.

Può destare sorpresa il fatto che, mentre il commento (opzione [a]) viene stampato riga per riga, la stampa non prosegua nel caso del ricorso alle opzioni [b], [c], [d], [e]; questa scelta nella stesura del programma ha una sua motivazione: finché l'utente non avrà deciso di continuare la stampa (opzione [CR]) potrà aggiungere al commento nuove righe anche se nel frattempo ha chiamato altre opzioni relative alle *varianti di stampa*. Infatti il programma organizza la stampa dei dati secondo un ordine fisso, qualunque sia stato l'ordine di immissione delle richieste.

Avvertenza

Il programma gestisce una stampante ad aghi alimentata da moduli in continuo. Già si è detto delle possibili scelte fra la lunghezza del modulo da 12 o da 11 pollici. Si possono anche impiegare fogli singoli formato A4, ma bisogna avere cura di sostituire il foglio tra la prima e la seconda fase di stampa, portando nella posizione di folle la levetta che comanda il trascinamento del foglio; a questo punto è richiesta un poco di abilità: si lascia la levetta nella posizione di folle, si preme [CR] (si avvertirà un fruscio dovuto alla rotazione del rullo) e, appena inizia la stampa della prima riga, si spinge in avanti la levetta per garantire il corretto avanzamento della carta durante la stampa. Conviene precisare che la levetta di cui si è parlato ha tre posizioni: *in avanti* per lo scorrimento di fogli singoli, *in dietro* per lo scorrimento dei moduli forati, *al centro* per consentire la rotazione manuale del rullo. Si tenga presente che se si forza il rullo quando non è nella posizione centrale si possono guastare gli organi meccanici della stampante.

Le indicazioni qui presentate facendo riferimento ai modelli di stampanti ora in commercio mantengono un carattere orientativo per i modelli che presentino caratteristiche eventualmente diverse.

Nota sulla stampa diretta dello schermo

Per ottenere direttamente la stampa dello schermo basta premere il tasto [PRT SC], tenendo premuto il tasto delle maiuscole (SHIFT); perciò si scriverà in seguito:

[↑ PRT SC].

Con questo metodo di stampa si ottiene semplicemente una copia dello schermo. Esso può essere utile quando si vuole conservare la documentazione delle fasi successive attraverso le quali è stata generata una figura, evitando di ripetere la sequenza di tasti: [ESC][s][b]. Al termine della stampa occorre, però, premere, nell'ordine, i seguenti tasti della stampante: LOCAL, FORM FEED, AUTO allo scopo di produrre uno scorrimento della carta fino all'inizio del nuovo modulo. Se si trascura quest'ultima operazione, gli stampati successivi non occuperanno una posizione corretta sul foglio.

Si tenga presente che il tasto [↑ PRT SC] può essere premuto durante il ciclo di esecuzione che, in questo caso, si arresta e riprende poi al termine della stampa; la figura che si ottiene risulta generalmente incompleta in qualche sua parte. Si osservino in proposito le figure seguenti:

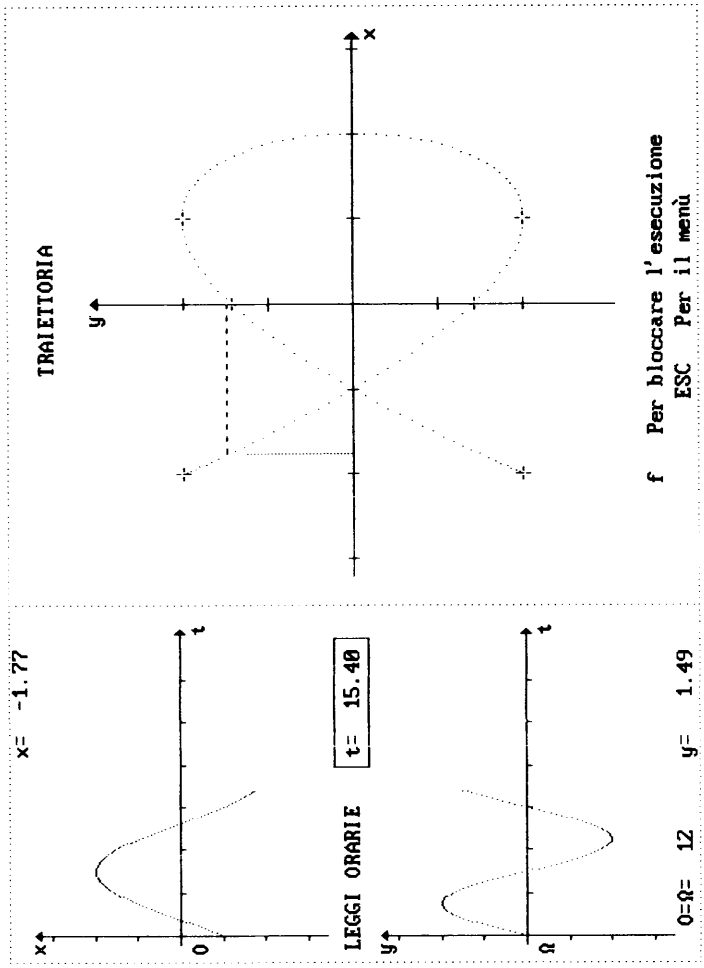


Fig. 4.19

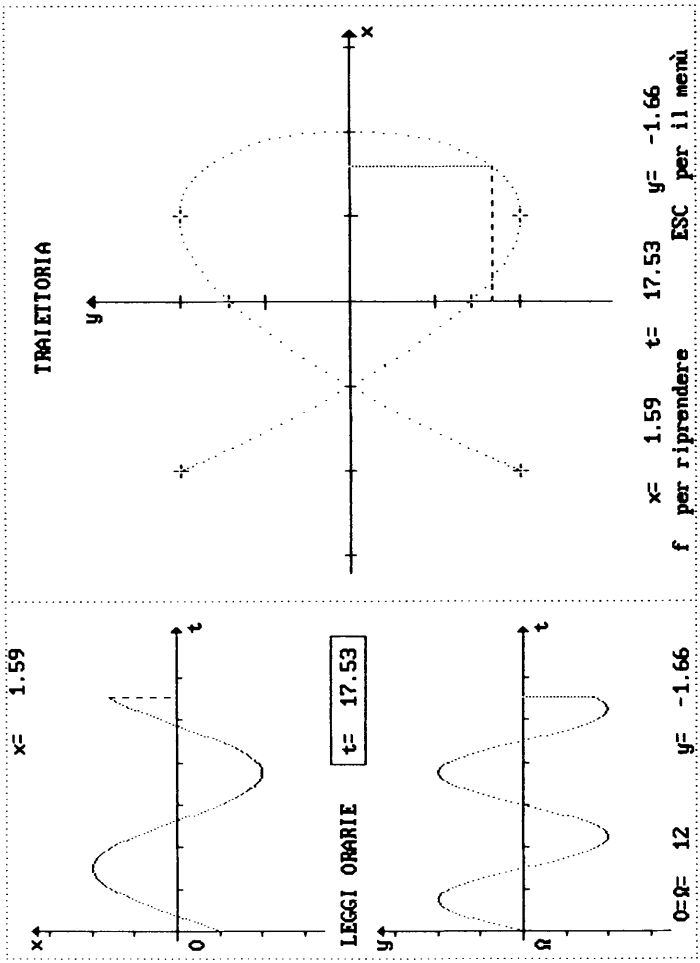


Fig. 4.20

Il primo grafico è stato ottenuto premendo [↑ PRT SC] durante il ciclo di esecuzione, il secondo grafico è stato ottenuto arrestando prima il ciclo (tasto [f]); ne danno prova le scritte che compaiono sui grafici stessi e che precisano la funzione del tasto [f].

Va aggiunto che i grafici ottenuti premendo [↑ PRT SC] non risultano centrati sul foglio.

Si segnala, infine, che il sistema si blocca se viene premuto [↑ PRT SC] quando la stampante è spenta; per sbloccare occorre ricominciare da capo, premendo il tasto RESET e seguendo le istruzioni del Capitolo 2.

Per completare la rassegna delle OPZIONI resta da esaminare la seguente:

[t] termine

Premendo [t] si esce definitivamente dal programma; per rientrarvi occorre seguire le istruzioni riportate nel Capitolo 2.

5. ANNOTAZIONI SUL PROGETTO DIDATTICO

L'insegnamento abbinato della matematica e della fisica nella scuola media superiore, criticato con motivazioni serie da più parti, crea comunque occasioni favorevoli per portare esempi di processi di matematizzazione. L'osservazione così formulata tradisce una impostazione a partire dal versante della matematica e avvalora, forse, ulteriormente le critiche. Tuttavia, è convinzione dell'autore che nell'insegnamento medio, accanto alla impostazione generale di una teoria matematica e prima di essa, bisogna dare molto spazio agli esempi.

Un esempio ben studiato costituisce il primo passo per fare della astrazione, anzi è proprio attraverso l'esempio che si costruisce il clima in cui sviluppare l'astrazione. Si insegna a usare la testa insegnando anche a usare le mani: è a partire da questo punto di vista che ha preso corpo la strana miscellanea di titoli assegnati ai paragrafi del presente Capitolo.

USO DELLE MANI (e del tempo per osservare)

Il discorso può essere introdotto riprendendo (con qualche modifica e ampliamento) un esempio già presentato nel programma *Studio di funzioni 2: aspetti intuitivi e verifiche.* Tale esempio è preferito ad altri per la semplicità con cui esprime la traduzione di tipo meccanico di proprietà giustificate per via razionale.

Inserito un foglio in una normale macchina da scrivere, si eseguano nell'ordine le seguenti operazioni (mentali e meccaniche), dopo aver portato il carrello nella posizione in cui si inizia abitualmente a battere:

0 ricordare il numero $n=0$

1 premere il tasto [.]

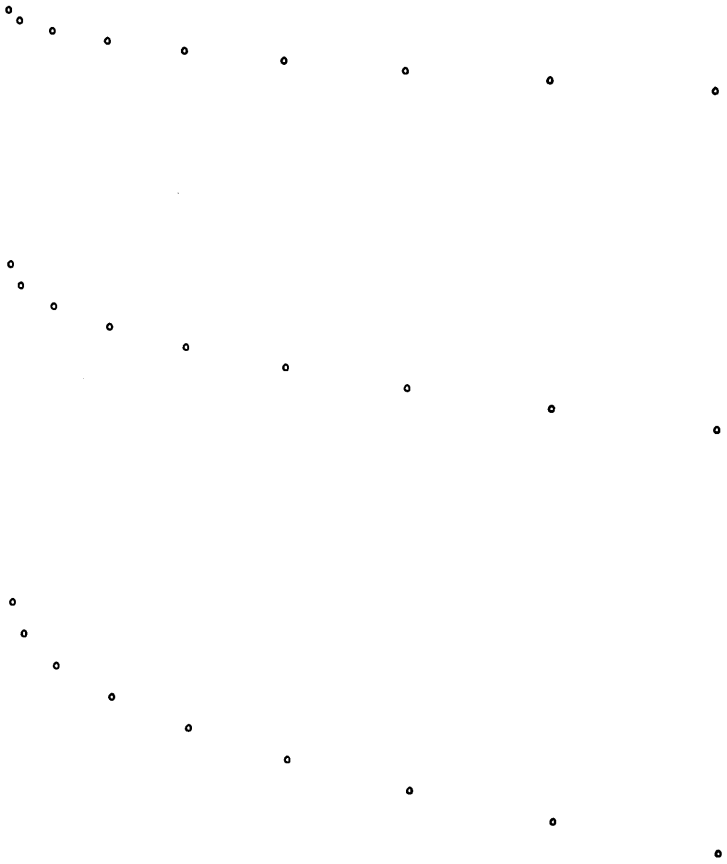
2 avanzare di una interlinea, senza ritorno a capo

3 premere n-volte la barra spaziatrice

4 ricordare il numero $n=n+2$

5 ritornare all'operazione 1 (fin tanto che non venga espulso il foglio).

L'insieme dei punti ottenuti sul foglio appartiene a una parabola che interpreta la traiettoria della caduta di un grave dotato di velocità orizzontale (il foglio deve essere ruotato di un angolo retto quando lo si guarda!). Si può notare che alla traiettoria è anche associata la legge oraria, se si suppone costante l'intervallo di tempo richiesto per passare da un punto al consecutivo.
Il disegno risulta più efficace se si usa il tasto [o] invece del tasto [.] (Fig. 5.1).

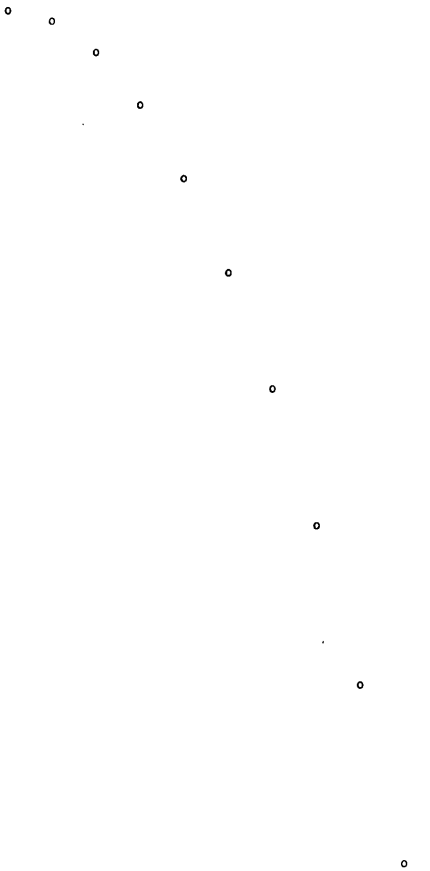


Unità di misura asse x distanza tra due caratteri consecutivi

Unità di misura asse y rispettivamente 1, 2, 3, mezze interlinee

Fig. 5.1

L'idea di eseguire l'operazione manuale sopra descritta ha tratto suggerimento dalle osservazioni di Galileo sulla caduta dei gravi e in particolare dalla annotazione che le somme di numeri dispari consecutivi danno i quadrati della successione dei naturali. (GALILEI, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* , Giornata terza [*Opere* , VIII,210]). Nella ricetta di cui sopra entrano in gioco i numeri pari per il fatto che ogni macchina da scrivere produce automaticamente un avanzamento sulla riga, appena un carattere è stato battuto. D'altra parte l'esercizio può essere svolto invertendo i ruoli della barra spaziatrice e dell'avanzamento manuale della carta; in questo caso gli avanzamenti ottenuti facendo ruotare il rullo debbono progredire proprio come i numeri dispari perché non vi è associato alcun automatismo. La velocità orizzontale è regolata ora dalla barra spaziatrice; se si evita l'uso di essa si ottiene la parabola relativa alla minima velocità orizzontale non nulla (non si deve dimenticare l'avanzamento automatico da poco citato). A proposito della prima ricetta si sarà notato che se viene cancellata l'operazione 2 i puntini si susseguono in linea retta e rappresentano la *caduta* (con velocità orizzontale nulla) di un corpo in un campo di forze costanti.
Si raggiunge una migliore intelligenza del problema se vengono praticati entrambi i metodi e se per ciascuno di essi si sceglie una *velocità iniziale diversa*. Le Figg. 5.1 e 5.2 forniscono una serie di esempi.



Unità di misura asse x: 4 spazi (di cui uno automatico)
Unità di misura asse y: mezza interlinea

Nota: spingendo ogni volta il carrello sul margine sinistro si ottiene la caduta in verticale, ciò è interessante dal punto di vista della composizione di moti.

Fig. 5.2

Agli studenti che abbiano applicato manualmente la ricetta si proponga di *insegnarla* al calcolatore; a chi non conosca alcun linguaggio di program-

mazione verrà dato in seguito un possibile elenco di istruzioni, ma conviene che egli impari prima a far comparire su video ciò che ha ottenuto sul foglio di carta.

Per assolvere alle condizioni iniziali (inserimento del foglio, etc.) basta che, caricato il GW-BASIC, tenendo premuto il tasto [CTRL] prema il tasto [↑] (pulizia video). Per avanzare di una interlinea senza ritorno a capo dovrà premere il tasto [↓].

Tutto qui: le altre operazioni non differiscono da quelle eseguite sulla macchina da scrivere.

Istruiamo ora il calcolatore perché possa eseguire automaticamente la ricetta. Le seguenti cinque righe di programma ricalcano le cinque istruzioni sopra elencate:

```
0 N=0
1 LPRINT "o";
2 LPRINT CHR$(10);
3 LPRINT SPC(N);
4 N=N+2
5 GOTO 1
```

Per far eseguire questo programma basta accendere la stampante, assicurarsi che sia alimentata di carta e premere il tasto F2 della tastiera alfanumerica; il programma si arresta quando viene esaurita la carta perciò, se la stampante è alimentata con moduli in continuo si provvederà all'arresto spegnendola (e lasciandola spenta per almeno 30 secondi). Non è certo questo un buon metodo per arrestare l'esecuzione di un programma: qui è stato proposto sbrigativamente per evitare dettagli che non interessano il problema di cui ci stiamo occupando. La Fig. 5.3 riporta una esecuzione del programma.

```
Prima di eseguire il programma è stato inviato il comando
                    WIDTH LPRINT 132
```

```
0 N=0
1 LPRINT "o";
2 LPRINT CHR$(10);
3 LPRINT SPC(N);
4 N=N+2
5 GOTO 1
```

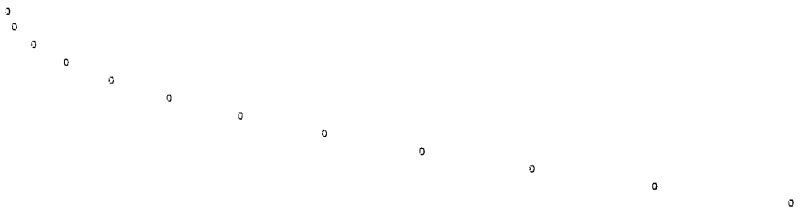


Fig. 5.3

Avvertenze

Prima di scrivere le istruzioni sopra elencate conviene premere la coppia di tasti [CTRL][↑] per eliminare ogni altra scritta.

Occorre molta cura per non dimenticare nulla; ad esempio se, a conclusione delle istruzioni di stampa (istruzione LPRINT ...), ci si dimentica il *punto e virgola* (vedi righe 1,2,3 del programma), la stampante esegue automaticamente un ritorno a capo del carrello e il risultato grafico cambia notevolmente nel senso che i punti appartengono a una retta invece che a una parabola.

È utile sapere che con l'istruzione 2 si ottiene l'avanzamento della carta di una interlinea; con l'istruzione 3 si ottiene sulla riga l'avanzamento di N spazi.

La seguente informazione di carattere tecnico può chiarire alcuni comportamenti del sistema, forse inattesi. Per fissare le idee, si fa riferimento alla stampante ad aghi modello PR 15-B; non è difficile adattare le informazioni ad altri modelli. Dietro alla stampante PR 15-B si apre una finestra di dimensioni cm 4.2*cm 0.9 da cui si vedono due banchi di micro-interruttori posti all'interno. La seconda levetta del banco costituito da 8 levette deve trovarsi in alto; se è abbassata la si alzi con la punta di una penna a sfera: solo allora si otterrà una stampa corretta. In caso contrario, al termine della esecuzione della istruzione 2, nonostante la presenza del *punto e virgola*, la stampante aggiungerà automaticamente (ma non sempre!) un ritorno a capo del carrello (o meglio della testina di stampa). Dicendo "ma non sempre!" non si è inteso alludere a un comportamento casuale, ma al fatto che la nuova posizione della levetta diventa attiva solo al presentarsi di un'ulteriore circostanza quale, ad esempio, lo spegnimento e la riaccensione della stampante.

Durante lo studio svolto sul comportamento della stampante sono nati molti interrogativi che inducono a formulare svariati problemi; il materiale preparato non può essere inserito per intero nel manuale per ovvie ragioni di spazio disponibile, tuttavia verrà dato qualche cenno su alcuni problemi affrontati allo scopo di sottolineare che l'uso congiunto di operazioni manuali, osservazione dei manufatti (nel caso in esame si tratta però di stampati), riflessione sui dati osservati, può condurre a qualche semplice scoperta interessante; ha condotto, per rimanere nell'esempio, alla individuazione di un errore sistematico della stampante o più precisamente del programma che la gestisce. Con procedimenti analoghi a quello che verrà indicato, l'autore ha potuto riconoscere altre anomalie da cui non sono peraltro esenti dispositivi analoghi commercializzati da altre case.

A questo punto l'aspetto più interessante è quello di costruire programmi che evitino i difetti del sistema o meglio ancora che li "riaggiustino".

Ecco alcuni dei problemi cui si è accennato:

a. Come scrivere il programma nel caso in cui si voglia scambiare la funzione dell'avanzamento sulla riga con quella dell'avanzamento della carta? Tra le possibili soluzioni se ne citeranno due:

   SOLUZIONE 1

```
0 N=1
1 PRINT " ^ ";
2 LPRINT SPC(5);
3 FOR I=1 TO N:LPRINT CHR$(10);:NEXT
4 N=N+2
5 GOTO 1
```

La Fig. 5.4 riporta una esecuzione del programma.

```
0 N=1
1 LPRINT "^";
2 LPRINT SPC(5);
3 FOR I=1 TO N:LPRINT CHR$(10);:NEXT
4 N=N+2
5 GOTO 1
```

Fig. 5.4

Osservazioni

Si è sostituito " ^ " alla "o" per distinguere i grafici ottenuti con differenti programmi.

Alla riga 2, il numero 5 dà la velocità orizzontale e può essere ovviamente sostituito da altri numeri.

La riga 2 può essere eliminata se si modifica come segue la riga 1:

```
1 LPRINT " ^     ";
```

si ottiene così la stessa esecuzione perché sono stati lasciati precisamente 5 spazi bianchi tra ^ e la chiusura delle virgolette.

La "sintassi" della riga 3 specifica che l'istruzione

```
LPRINT CHR$(10);
```

(corrispondente alla esecuzione di una interlinea) viene ripetuta N-volte.

Il secondo programma che risolve il problema sopra citato è stato scritto consultando il manuale della stampante PR 15-B al fine di cercare una qualche istruzione che controllasse l'ampiezza dell'interlinea di stampa: la risposta ricavata dal manuale è riportata alla riga 3 del seguente programma.

SOLUZIONE 2

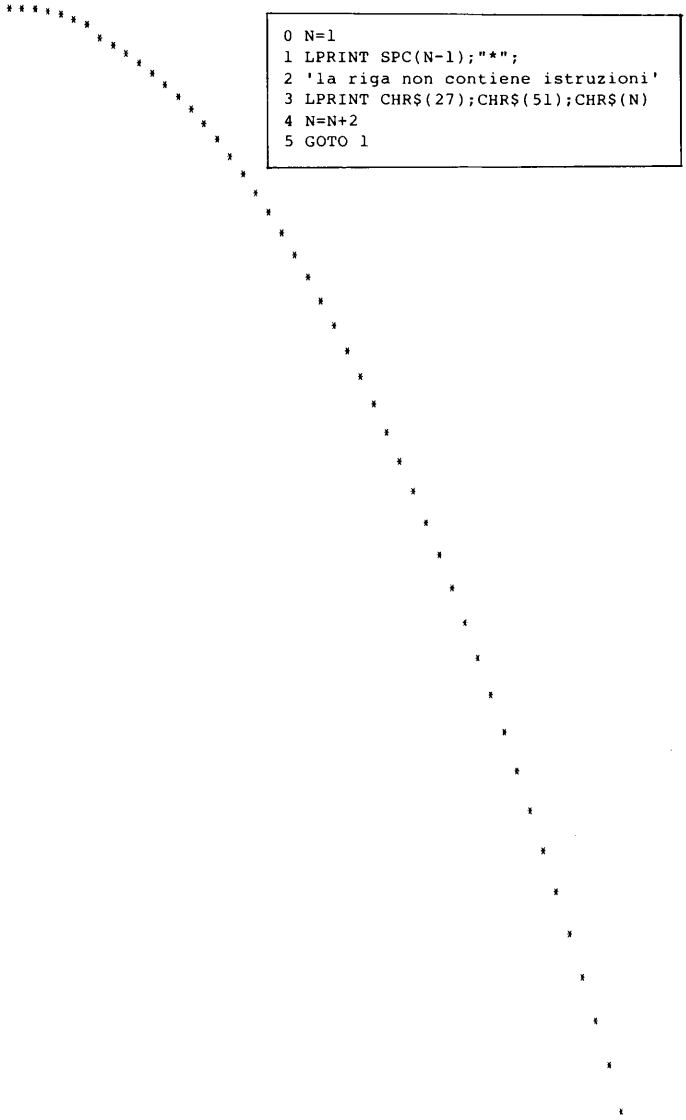
```
0 N=1
1 LPRINT SPC(N-1);"*";
2 'la riga non contiene istruzioni'
3 LPRINT CHR$(27);CHR$(51);CHR$(N)
4 N=N+2
5 GOTO 1
```

Osservazioni

Si capisce chiaramente il perché dell'introduzione di spazi variabili con N nella riga 1, se si pensa che l'esecuzione della riga 3 comporta un ritorno a capo del carrello.

Quando N=1, stando al manuale della stampante, l'istruzione della riga 3 predispone l'ampiezza dell'interlinea al valore 1/216 di pollice corrispondente a cm 0.012 circa (si rammenti che sono equivalenti la lunghezza di 1 pollice e la lunghezza di cm 2.54); ne consegue, ad esempio, che se N=13 l'ampiezza dell'interlinea è circa cm 0.153.

Una volta fatto eseguire il programma, il risultato grafico (Fig. 5.5) deve essere (come sempre) verificato; prima ancora di dedicarsi alle misure salta all'occhio un'anomalia nel passaggio dal 7° all'8° punto. L'interlinea è molto più ampia di quelle circostanti; poiché il 7° punto si ottiene per N=13, conosciamo quale deve essere la sua ampiezza (cm 0.153 appunto, come si è, poco sopra, calcolato).



```
0 N=1
1 LPRINT SPC(N-1);"*";
2 'la riga non contiene istruzioni'
3 LPRINT CHR$(27);CHR$(51);CHR$(N)
4 N=N+2
5 GOTO 1
```

Fig. 5.5

Un ulteriore approfondimento del problema ha consentito di individuare un altro errore e di eliminare le corrispondenti anomalie di funzionamento della stampante con opportune istruzioni collocate alla riga 2 del programma: la Fig. 5.6 riporta il risultato grafico; non viene riportata invece la soluzione per non privare il lettore del gusto di riscoprirla.

b. Se nel programma precedente si inizia con N=2, invece che con N=1, si ottiene ancora la traiettoria di un grave in caduta libera?

Per rispondere, basta tenere presente che:

$$2+4+6+....+2N=N(N+1)$$

allora lo spazio y percorso lungo la verticale è dato da:

$$y=N+N^2$$

e perciò, considerando sempre N come variabile tempo (ciò che si è dato finora per scontato), ci si trova di fronte a un moto uniformemente accelerato con accelerazione eguale a 2, ma dotato di velocità iniziale eguale a 1, mentre nel caso delle somme di numeri dispari la componente verticale della velocità iniziale era nulla.

Un'attenta osservazione delle formule porta a rilevare corrispondenze di un certo interesse.

c. Il risultato precedente suggerisce di individuare un criterio per stabilire la velocità iniziale nella caduta libera di un corpo, quando si disponga di una sequenza di punti che obbedisce alla legge di caduta. Per costruire esercizi sui quali verificare il criterio, basta eliminare la componente orizzontale (cancellando SPC(N-1); dalla riga 1 dell'ultimo programma scritto) e assegnare come valore iniziale di N un numero superiore ad 1 (con N>13 si scavalca, tra l'altro l'anomalia denunciata, ma occorre verificare che gli stampati non rechino altri difetti ...). La Fig. 5.7 riporta un esempio di esecuzione.

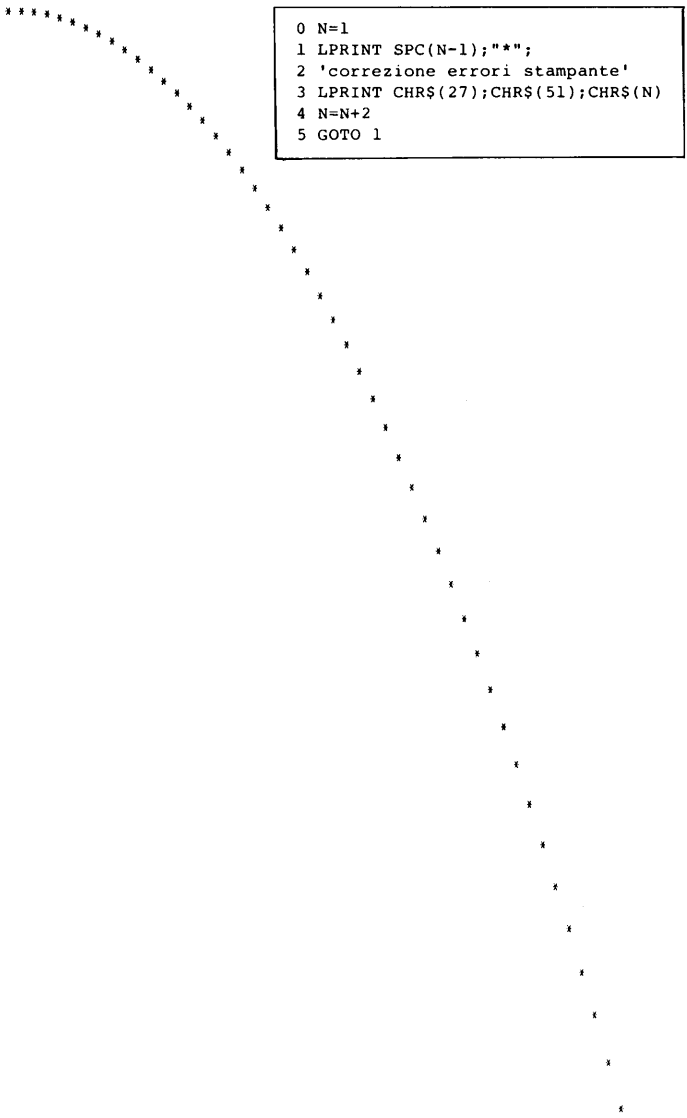
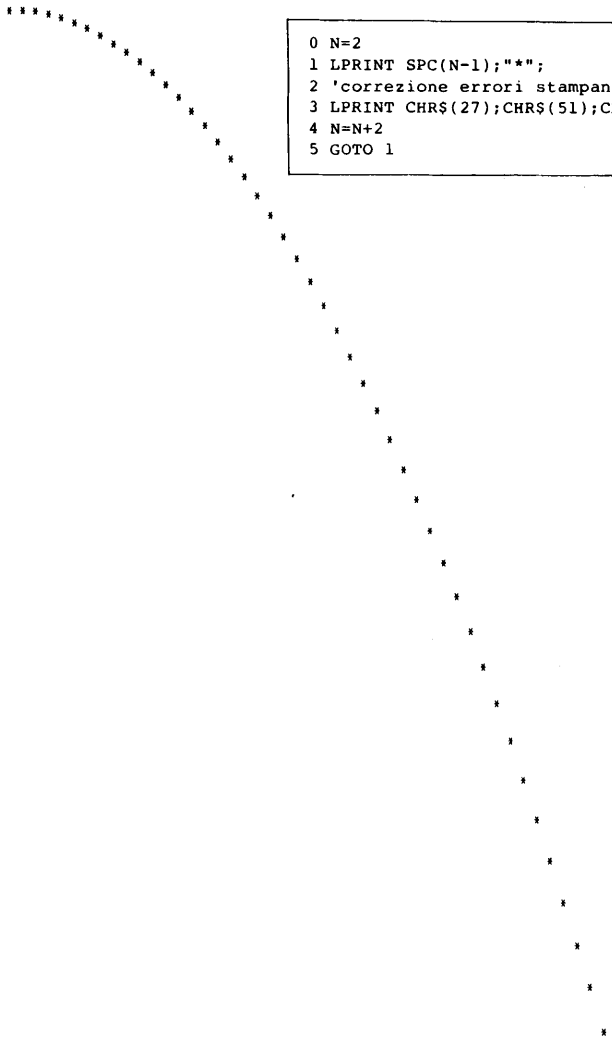

0 N=1
1 LPRINT SPC(N-1);"*";
2 'correzione errori stampante'
3 LPRINT CHR$(27);CHR$(51);CHR$(N)
4 N=N+2
5 GOTO 1

Fig. 5.6

```
0 N=14
1 LPRINT "*";
2 'correzione errori stampante'
3 LPRINT CHR$(27);CHR$(51);CHR$(N)
4 N=N+2
5 GOTO 1
```

Fig. 5.7

d. Le Figg. 5.6 e 5.8 riportano, rispettivamente nei casi N=1, N=2, i grafici ottenuti dal programma corretto. Sappiamo che la componente verticale della velocità è nulla nel primo caso e assai piccola (cm 2.54/216) nel secondo: è possibile prevedere quale punto del secondo grafico sarà cm 0.25 circa più in basso del corrispondente punto del primo grafico?



```
0 N=2
1 LPRINT SPC(N-1);"*";
2 'correzione errori stampante'
3 LPRINT CHR$(27);CHR$(51);CHR$(N)
4 N=N+2
5 GOTO 1
```

Fig. 5.8

Quanto disteranno tra loro il 60° punto del primo grafico e il 60° del secondo? (Per ottenere almeno 60 punti occorre tenere presente l'annotazione che conclude la domanda g, presentata più avanti).

Come si deve interpretare il grafico che si ottiene scegliendo come valore iniziale N=0? Se si tratta ancora di una parabola, dove si trova il suo vertice? Che cosa ci si deve aspettare da un confronto fra i casi N=0, N=2?

e. Come debbono essere scelti a, b, c, perché la funzione:

$$y=c+bt+at^2$$

esprima la legge di caduta nel campo gravitazionale terrestre? Si può affermare che qualunque terna di parametri è accettabile purché non sia precisata l'unità di misura per il tempo?

f. Dall'esame di un fotogramma che rilevi con il metodo multiflash la caduta di un grave in un tubo di Newton:

— si può stabilire se il corpo era fermo quando è stato raggiunto dal primo flash registrato sul fotogramma ?

— si può stabilire la scala tra dimensioni reali e dimensioni della fotografia ?

— si può stabilire l'intervallo di tempo che è trascorso tra flash consecutivi?

g. Interpretare i vari fenomeni che accadono quando, nell'esecuzione dei programmi proposti in questo Capitolo, si lascia proseguire la stampa su altri due o tre moduli dopo il primo.

Si segnala che per ottenere righe di 132 caratteri invece degli 80 abituali conviene aggiungere in coda alla prima riga la seguente:

```
:LPRINT CHR$(15);:WIDTH LPRINT 132
```

Le figure sopra citate sono state eseguite con una stampante attivata in queste condizioni.

Ancora sull'uso delle mani

Occorre insistere sull'uso delle mani per una migliore comprensione dei problemi. Non basta offrire agli studenti di esercitarsi in esperimenti nel laboratorio della scuola: occorre che facciano qualche esperimento a casa propria, che si abituino a compiere semplici misure, che costruiscano qualche semplice apparecchio. A titolo di esempio si può citare:

1. Calcolare quante oscillazioni complete compie un pendolo ogni 30 battiti misurati al proprio polso (per evitare confusioni è meglio segnalare l'inizio e la fine del computo dei battiti cardiaci a una persona che conti le oscillazioni del pendolo).

2. Controllare mediante due pendoli della stessa lunghezza che il periodo di oscillazione non dipende dall'ampiezza (se quest'ultima non è troppo grande).

3. Controllare con un cronometro se la caduta della goccia d'acqua da un rubinetto avviene a intervalli uguali di tempo; qualora si rilevassero variazioni, cercarne le cause.

4. Misurare una diagonale del pavimento di una stanza ammobiliata, chiarendo prima i metodi da seguire; confrontare inoltre i risultati ottenuti applicando metodi differenti.

5. Controllare su un ascensore, mediante una bilancia da bagno, le variazioni del proprio peso, sia all'istante della partenza, sia all'istante della fermata.

6. Calcolare la velocità con cui avanza una scala in movimento (es. scala mobile di un supermercato).

7. Costruire una bilancia mediante una cannuccia da bibita, uno spillo e un supporto a V; misurare la sensibilità della bilancia mediante pezzi di carta millimetrata di cui si conosce la grammatura.

8. Tracciare un piccolo segno (con inchiostro indelebile all'acqua) all'interno di una scodella; versare acqua nella scodella e cubetti di ghiaccio che galleggino liberamente. Provvedere, intervenendo con un cucchiaio, a portare il livello del liquido allo sfioro del segno praticato inizialmente. Controllare, quando un poco di ghiaccio si è sciolto e al termine della liquefazione, se il livello dell'acqua è aumentato o diminuito oppure non è cambiato. Dare una interpretazione della evidenza sperimentale.

Altri esempi sono citati in altre parti del manuale.

È diffusa una certa pigrizia negli studenti; approcci allo studio di questo tipo vengono in genere trascurati se l'insegnante non ne fa oggetto di valutazione. Non mancano tuttavia studenti che sanno cogliere l'importanza del lavoro e chiedono indicazioni per concretizzare qualche proposta suggerita durante le lezioni; qualcuno sa sviluppare da solo, in modo efficace, un'idea appena accennata. (La fotografia di Fig 5.9 mostra un apparecchio costruito di recente da uno studente di terza liceo scientifico, dopo aver ascoltato una lezione sul moto armonico. L'idea di usare esclusivamente il filo di ferro è dello studente.)

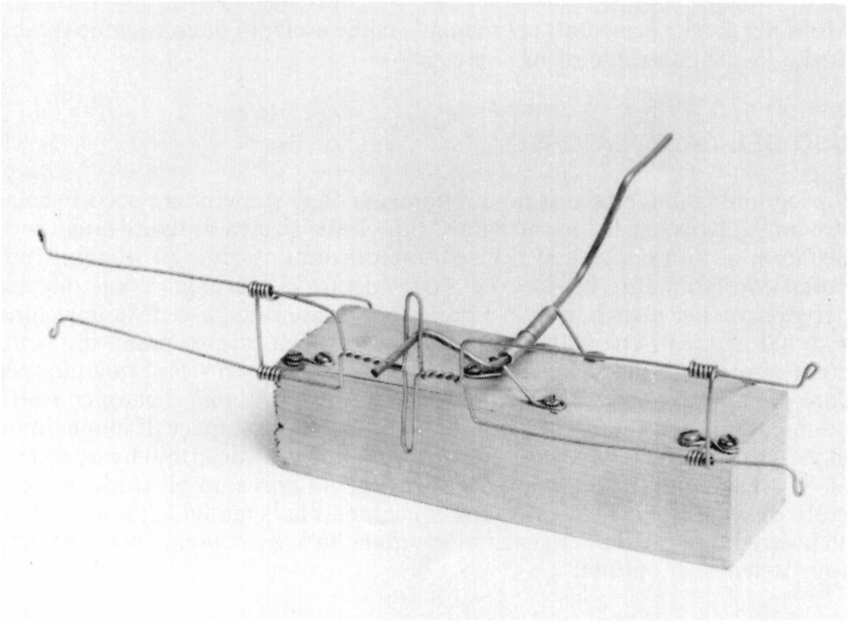


Fig. 5.9

USO DEI RETICOLI

Al Capitolo 8 (MATRICI PER VERIFICHE ED ESERCIZI) sono presentati vari reticoli, sono dati suggerimenti per l'uso e sono proposti alcuni esercizi che l'autore considera didatticamente importanti.

USO DEI GRAFICI

I grafici prodotti mediante il programma *Composizione di moti su assi ortogonali* costituiscono un materiale per esercitazioni molto varie, sia per il contenuto, sia per la scelta dei valori da assegnare ai parametri.

Si è potuto verificare che gli studenti, quando eseguono misure sui grafici e li commentano, raggiungono una preparazione qualitativamente migliore. In una occasione in cui l'autore fece notare uno scadimento nella preparazione, furono gli studenti stessi ad indicare come causa principale la mancanza di grafici sui quali rielaborare le cose viste durante la lezione; era vero: noie alla stampante avevano costretto a sospendere la distribuzione di grafici.

Molti dei grafici presentati nel manuale come esempio di esecuzione recano anche la formulazione di un esercizio.

USO DEL CALCOLATORE

Il programma può essere usato direttamente dagli studenti ma occorre chiarire un equivoco: se la loro attività si riduce alla ricerca di figure atte a soddisfare il gusto estetico o si riduce a esplorazioni casuali, gli studenti finiranno con l'imparare ben poco e a considerare la macchina come oggetto per giocare. Per questo motivo è preferibile consentire l'uso della macchina solo agli studenti che abbiano predisposto un ben preciso piano di lavoro o che si presentino per verificare esercizi risolti da loro stessi; quando, per dare più spazio alla fantasia, si consente un uso non pianificato, converrà rammentare che vi è una fantasia di qualità migliore, capace di immaginare in astratto ciò che dovrà accadere, una volta eseguite determinate operazioni. È urgente mettere in guardia gli studenti (e non solo gli studenti!) dai molti discorsi fumosi e spesso falsi concernenti la "creatività"; non va dato alcun credito a quella "esigenza di spontaneità" che coincide precisamente con l'assenza di cultura.

USO DELLA DOCUMENTAZIONE FOTOGRAFICA

È bene che la documentazione fotografica degli esperimenti eseguiti sia oggetto di misure, oltre che di valutazioni qualitative. Chi non dispone della strumentazione necessaria può sempre avvalersi delle fotografie presentate nel manuale.

Si proponga l'uso del compasso a punte fisse per il confronto delle lunghez-

ze e della carta piegata per il confronto degli angoli (se ne è fatto l'elogio nel manuale associato al programma *Studio di funzione 2: aspetti intuitivi e verifiche*). Saranno utili, ora, anche la riga millimetrata e il goniometro.

Riflettendo sulle misure eseguite, sarà possibile, almeno in alcuni casi, decidere i valori da assegnare ai parametri per ottenere, con il programma *Composizione di moti su assi ortogonali* , immagini che simulino le immagini fotografiche (a parte la "grana" che nelle pellicole fotografiche è molto più fine di quella dei punti di stampa). Si rammenta che le misure degli angoli dovranno essere trasformate in radianti durante l'immissione dei dati richiesti per lo svolgimento del programma. È comodo ragionare sulle frazioni dell'angolo piatto, dato che il tasto [p], all'atto dell'immissione, richiama il numero π (rapporto tra circonferenza e diametro relativo).

IMMAGINE DALL'OSCILLOSCOPIO E IMMAGINE DAL CALCOLATORE

I fotogrammi da Fig. 5.13 a Fig. 5.15 sono stati ripresi dal monitor di un oscilloscopio che riceve i segnali su ciascuno degli assi da un doppio generatore di frequenze.

Dalle Figg. 5.10, 5.11 e 5.12 si rilevano, oltre alla strumentazione, i collegamenti da stabilire tra generatore di frequenze ed oscilloscopio. I pannelli collocati accanto allo schermo sono stati preparati secondo le indicazioni esposte al Capitolo 8. Non è sempre possibile tenere fissa l'immagine sullo schermo come risulta dalle fotografie della strumentazione che hanno richiesto un tempo di esposizione più lungo delle successive.

Tuttavia, acquistando un po' di abilità manuale, si riesce ad agire sulle manopole in modo da ottenere una discreta stabilità delle immagini o per imporre variazioni alle immagini stesse in intervalli di tempo controllati (v. Fig. 5.15, fotogramma in basso a sinistra).

Gli apparecchi vanno accesi mezz'ora prima dell'esperimento se si vuole ridurre l'instabilità derivante dalle variazioni iniziali di temperatura dei componenti elettronici.

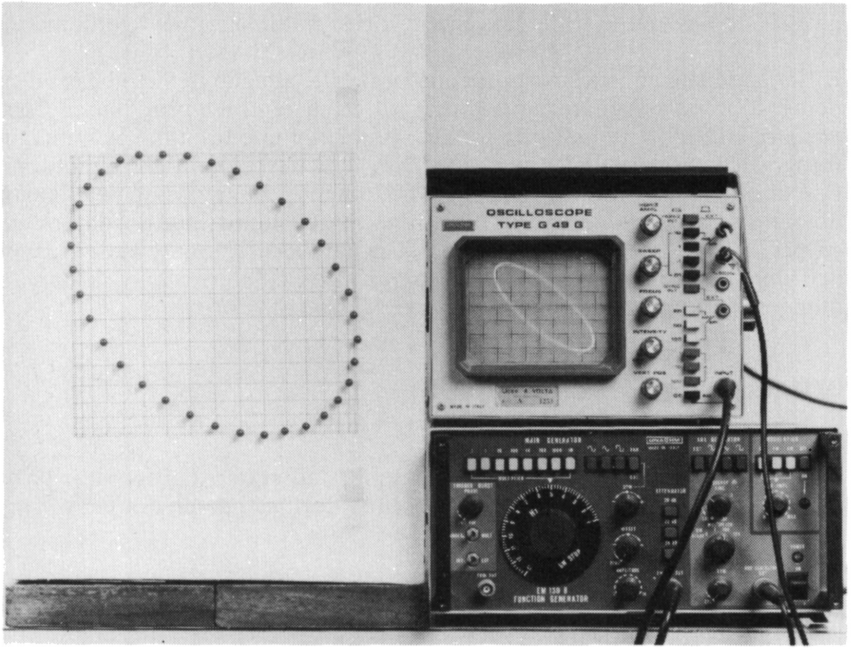


Fig. 5.10 Fotografia della strumentazione

Dalla posizione delle manopole sul settore che si trova alla destra del generatore si ricava che la frequenza inviata sull'asse orizzontale dell'oscilloscopio è circa 0.5 · 100 Hz. Ne segue che il settore di sinistra del generatore invia sull'asse verticale una frequenza prossima a questa nel caso della Fig. 5.10 e una frequenza doppia di questa nel caso delle Figg. 5.11, 5.12.

Le Figg. 5.11, 5.12 corrispondono a due differenti sfasature dei segnali; bastano piccole variazioni di frequenza di un segnale rispetto all'altro per ottenere, in breve tempo, una sfasatura rilevante.

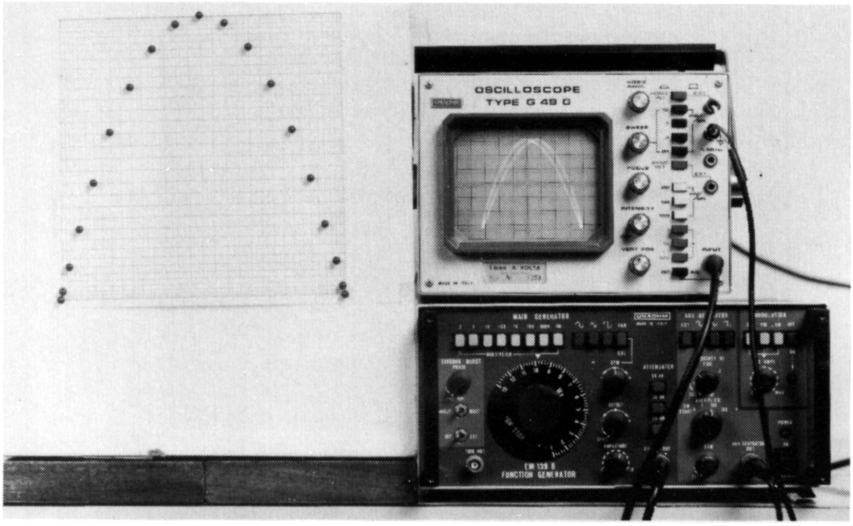


Fig. 5.11

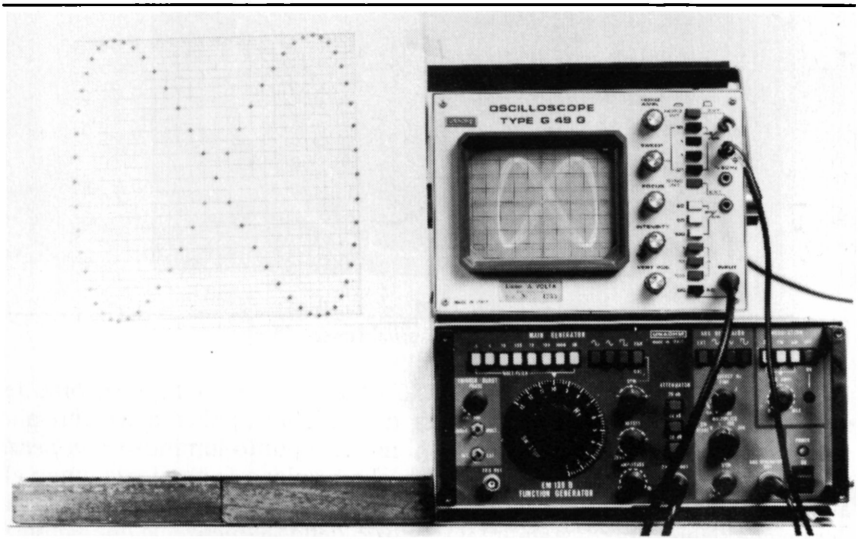


Fig. 5.12

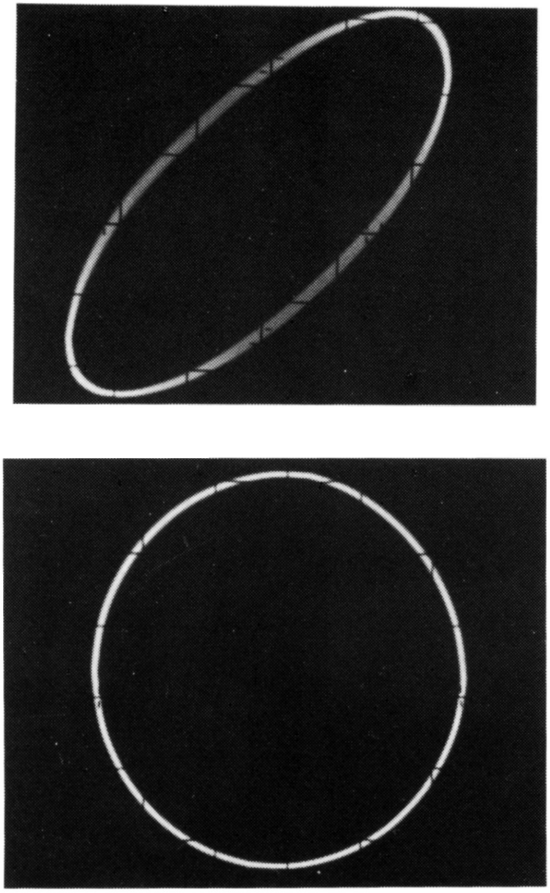


Fig. 5.13 Fotografie dello schermo dell'oscilloscopio

Dall'esame delle fotografie di Figg. 5.13 - 5.15 si nota che la traiettoria descritta dal punto luminoso è tagliata dal reticolo applicato davanti allo schermo. Si nota inoltre che, durante il moto, il punto luminoso *non perde energia* (se non si agisce sulle manopole che regolano le ampiezze lungo gli assi): risulta perciò non difficile ottenere al calcolatore le simulazioni desiderate che richiedono di stabilire il rapporto delle frequenze, le due ampiezze e la sfasatura.

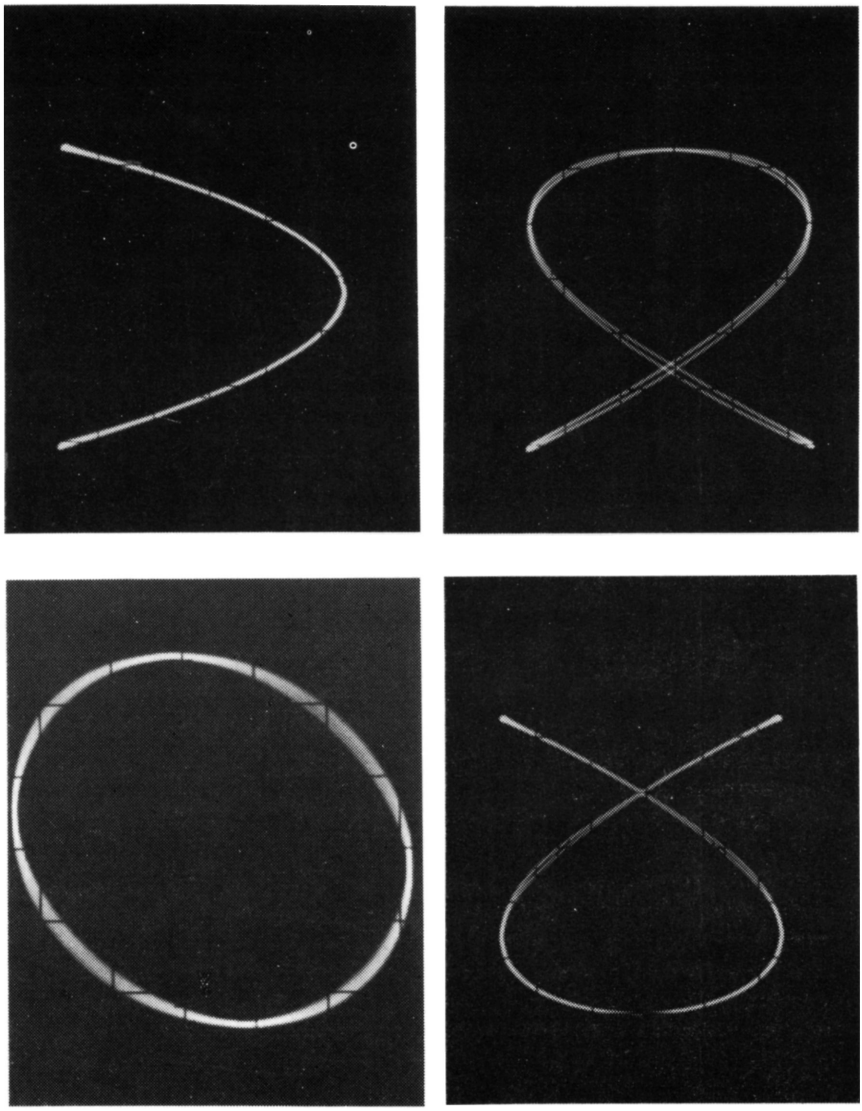


Fig. 5.14 Fotografie dello schermo dell'oscilloscopio

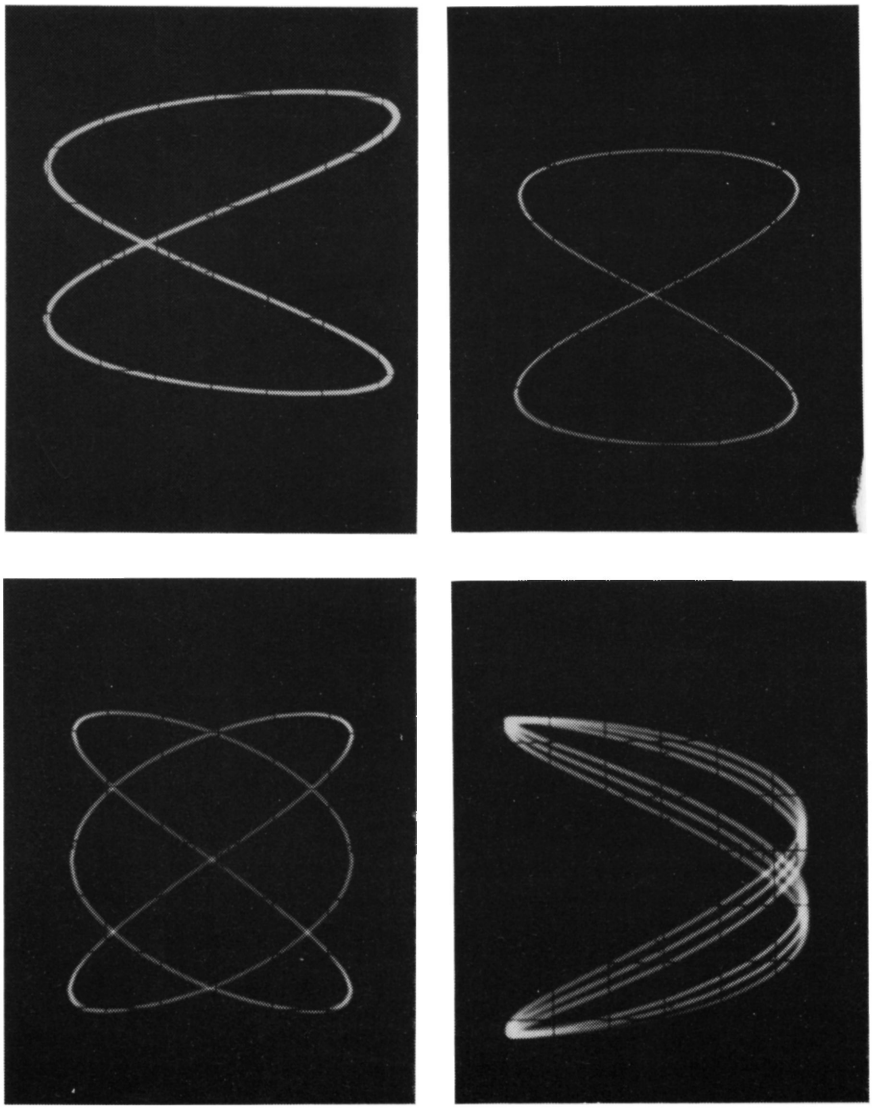


Fig. 5.15 Fotografie dello schermo dell'oscilloscopio

Un primo esercizio, molto semplice, consiste nel far corrispondere (ove è possibile), a ciascun fotogramma, quel grafico del manuale che interpreta il fotogramma stesso.

Un esercizio successivo consiste nella scelta dei valori dei parametri adeguati al fotogramma; se le dimensioni sui due assi non sono uguali non dovranno essere uguali neppure le ampiezze relative ai moti componenti. Compiute le misure e stabiliti i valori da assegnare ai parametri, si passi alla esecuzione al calcolatore mediante il programma *Composizione di moti su assi ortogonali* ; quando l'immagine ottenuta appare soddisfacente, si faccia una registrazione a stampa. Per i confronti con il fotogramma, mediante sovrapposizione, si ricordi la distinzione fra *precisione su video* e *precisione su stampante* e si controlli la correttezza della (necessaria) riduzione.

IMMAGINE DAL DOPPIO PENDOLO (del Righi) E IMMAGINE DAL CALCOLATORE

I fotogrammi delle Figg. 5.16 - 5.19 sono stati scattati durante l'oscillazione di un doppio pendolo del Righi. La traiettoria è messa in rilievo da granelli di sabbia uscenti da un piccolo foro praticato nel recipiente che costituisce la massa oscillante di uno dei due pendoli; come è noto, la variazione di massa non provoca variazioni di frequenza delle oscillazioni anche se una piccola variazione di frequenza può essere registrata a causa della spostamento del centro di massa: inviando a un contatore di impulsi, sensibile a 10^{-5} sec, i segnali (rilevati mediante una fotocellula) dei passaggi alterni di uno dei due fili che regge la massa del pendolo, su 15 misure, si è ottenuto: $T_1 = 2.2570 \pm 0.001$ sec quando il recipiente è pieno di sabbia, $T_2 = 2.2525 \pm 0.0005$ sec quando il recipiente è vuoto. Ciò corrisponde a una variazione in lunghezza di mezzo centimetro su cm 126.54. Il valore assunto per l'accelerazione di gravità è $g = 980.639$ cm/sec^2, ottenuto dalla formula adottata dalla Associazione Geodetica Internazionale, tenendo conto della latitudine del luogo (45.47°) e della quota sul livello del mare (m 121).

La tavola (delle dimensioni di cm 120 x cm 80) sulla quale è incollato un panno nero, è sostenuta da 4 fili di acciaio armonico ($\varnothing = 0.5$ mm) che si uniscono a coppie, formando due anellini agganciati a due sostegni A, B. I sostegni C, D della massa oscillante contenente sabbia sono collocati negli altri due vertici del quadrato di diagonale AB, nel caso delle Figg. 5.16, 5.17 ove la distanza fra sostegni e masse oscillanti è di m 5 circa.
Per ottenere le Figg. 5.18, 5.19 la massa oscillante contenente sabbia deve avere una distanza dai vincoli pari a 1/4 di quella del piano oscillante come risulta dalla legge $T = 2\pi\sqrt{l/g}$.

La fotografia di Fig. 5.20 mostra, oltre ai corpi oscillanti, la traversa in tubo di acciaio che costituisce il sostegno più basso; si intravedono appena i fili uscenti da esso. (Le misure, sopra citate, con e senza sabbia, sono state eseguite in queste condizioni).

Ortogonalmente alla tavola, alle estremità di una sua mediana, sono fissate due barre filettate che consentono di collocare masse aggiuntive a quote variabili con lo scopo di ottenere variazioni del periodo di oscillazione; la Fig. 5.16 è stata ottenuta in assenza di masse aggiuntive; nella Fig. 5.17 compaiono invece le masse ed è visibile, dalla traccia lasciata sulla sabbia, la sfasatura progressiva dovuta alla variazione di periodo.

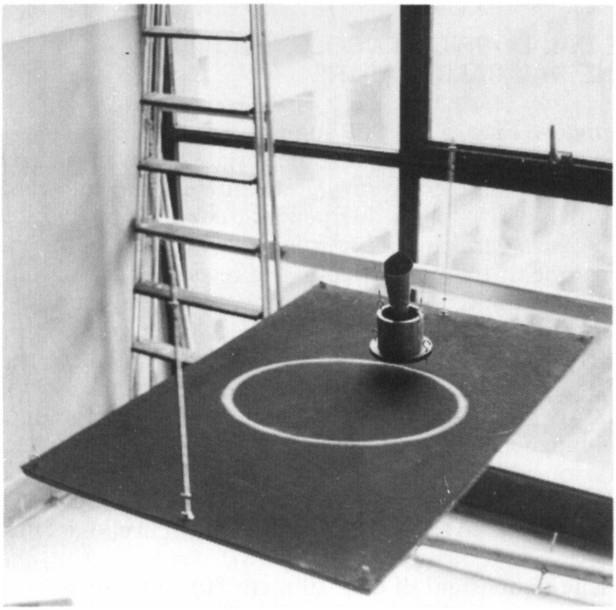


Fig. 5.16 Esperimento con il doppio pendolo del Righi

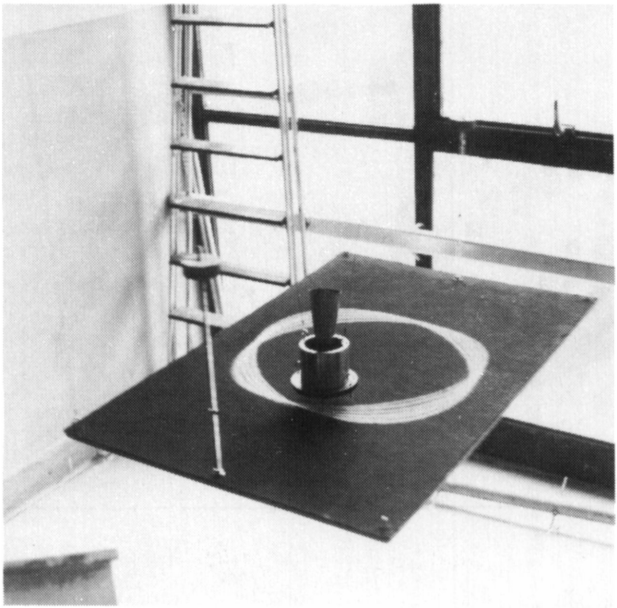


Fig. 5.17

Anche le Figg. 5.18, 5.19 mostrano una sfasatura progressiva il che consente di dedurre che il rapporto dei periodi differisce da 1/2 di un errore che può essere ridotto; di fatto, in assenza delle barre filettate, la traccia lasciata dalla sabbia si mantiene abbastanza sottile fino ad esaurimento della scorta (dalle misure con il contatore l'errore su una oscillazione completa è risultato inferiore a 3 millesimi di secondo). Tuttavia si può rilevare una perdita di energia messa in evidenza dalla riduzione di ampiezza delle oscillazioni. La perdita di energia riesce tanto più consistente quanto più si riduce la lunghezza dei pendoli (a parità di altre condizioni).

La simulazione dei moti ottenuti con il doppio pendolo, utilizzando il programma *Composizione di moti su assi ortogonali*, è ora più ardua; vale comunque la pena di tentare.

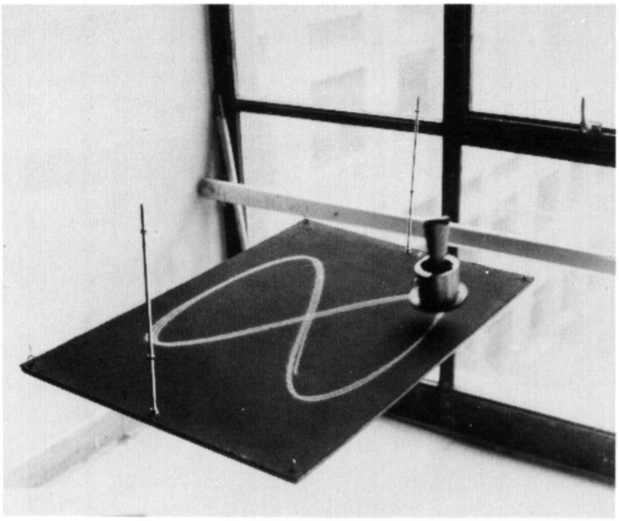


Fig. 5.18

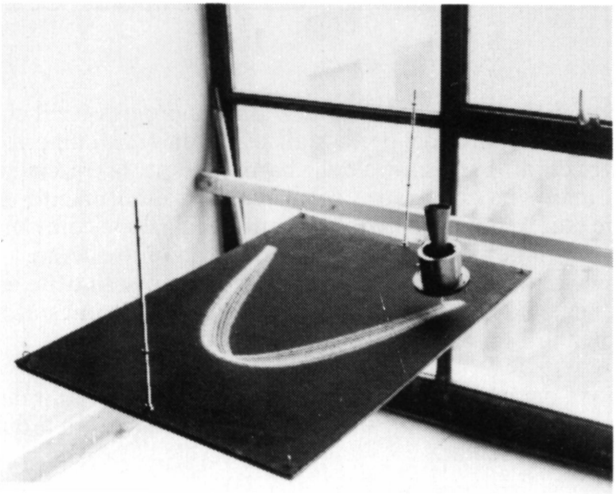


Fig. 5.19

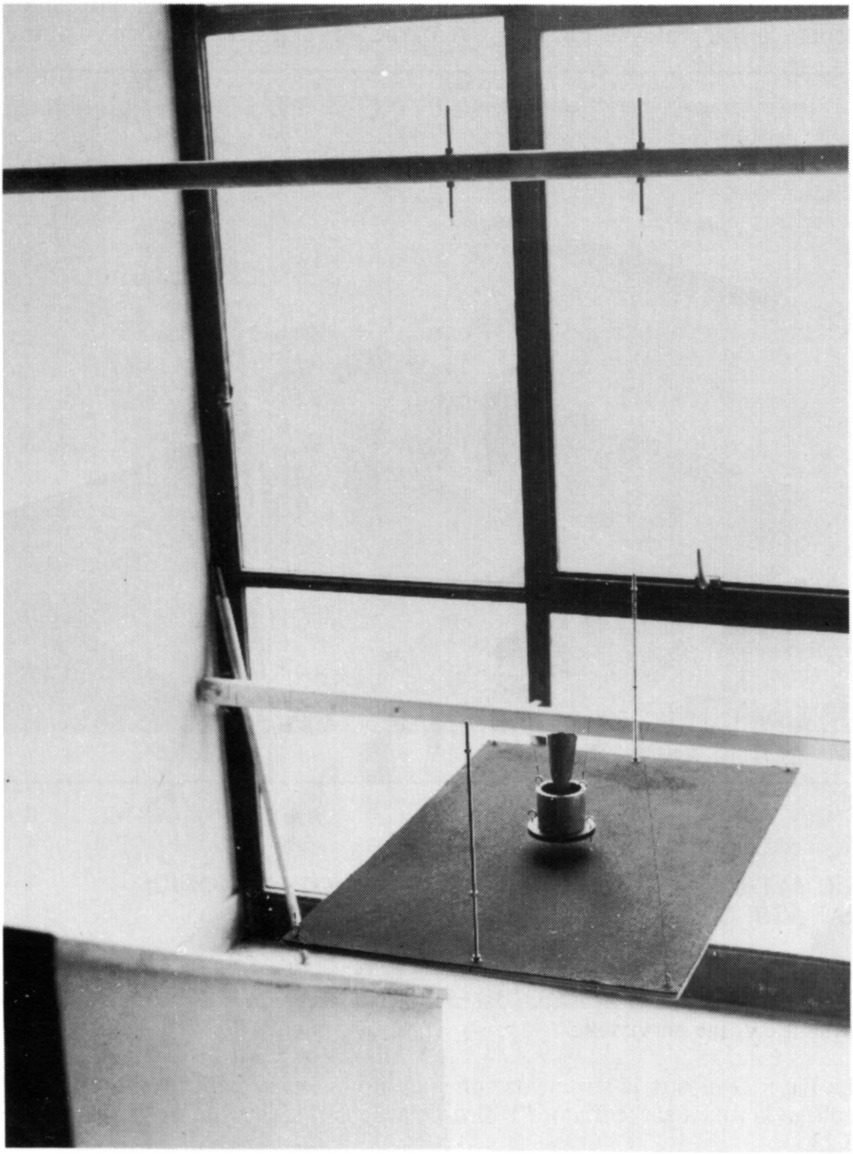


Fig. 5.20

Il materiale degli esperimenti sopra descritti può essere impiegato per eseguirne altri: immaginare, ad esempio, l'esperimento che ha consentito di ottenere la fotografia di Fig. 5.21 e tentarne una simulazione al calcolatore.

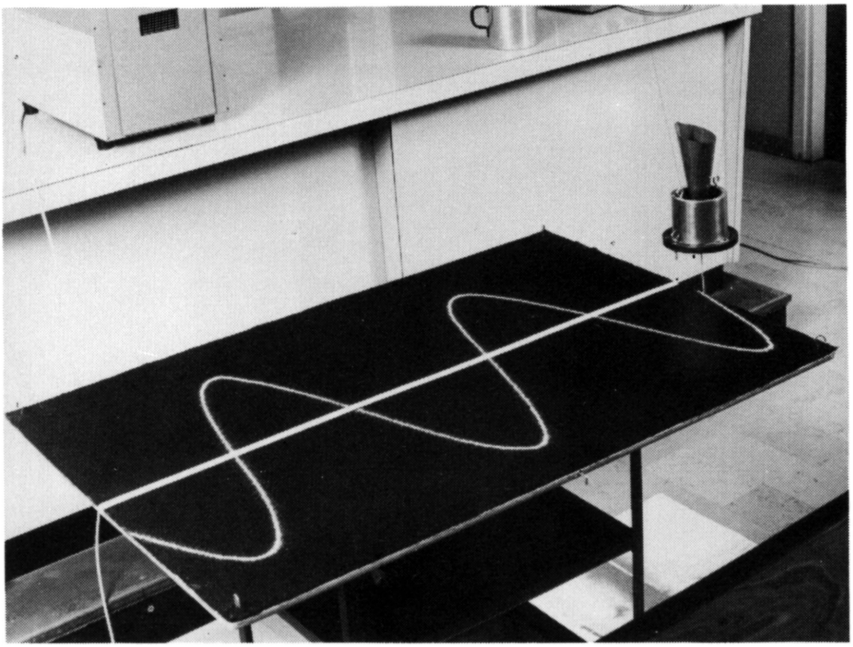


Fig. 5.21

UN ALTRO METODO PER COMPORRE MOTI ARMONICI SU ASSI ORTOGONALI

Il titolo assegnato a questo paragrafo è, di fatto, più restrittivo delle possibilità di composizione ricavabili dal metodo: il lettore interessato scoprirà certamente come servirsene.

La Fig 5.22 mostra la strumentazione nel suo insieme (manca solo il tubo che collega la rotaia al "soffiatore"); alcuni particolari si rilevano meglio dalla Fig. 5.23.

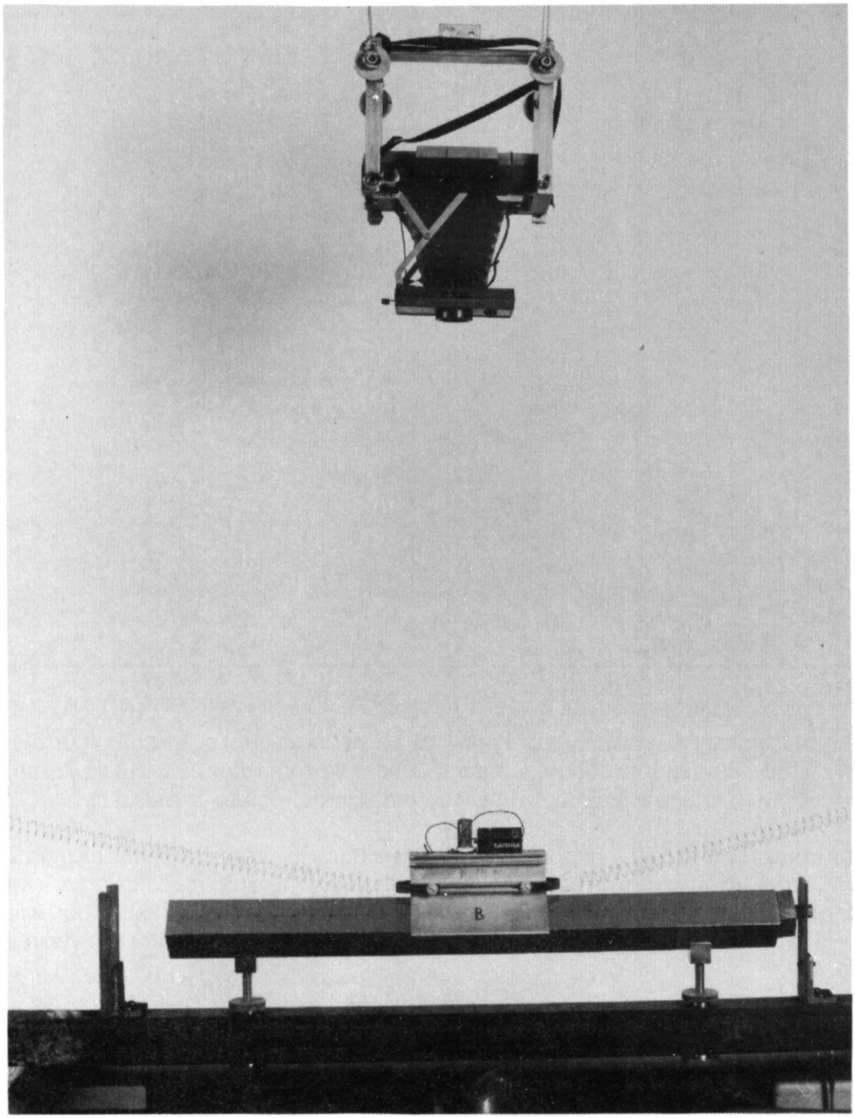


Fig. 5.22

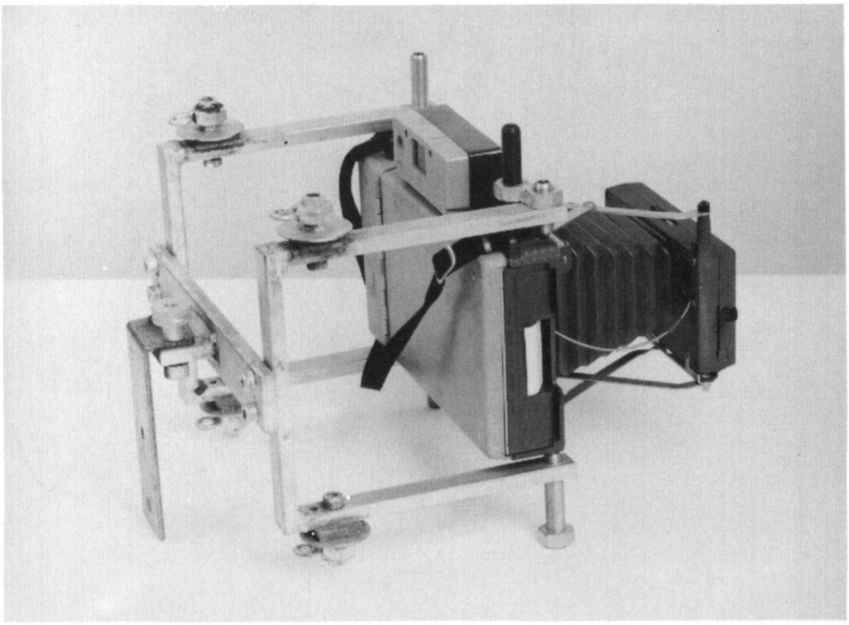


Fig. 5.23

La macchina fotografica (una Polaroid) può mantenere l'otturatore aperto se si esclude, coprendola con nastro adesivo nero, la fotocellula e se si agisce sulla vite (ben visibile nella fotografia), che mantiene premuto il pulsante.

La rotaia con i relativi supporti e lo stesso supporto della macchina fotografica, necessario per usarla come pendolo, sono stati costruiti dall'autore insieme a qualche studente, nella officina della scuola; solo la rettifica delle superfici e la cromatura sono state affidate a ditte specializzate, una volta concluso il lavoro.

Il carrello è di una ditta che costruisce apparecchiature didattiche; il circuito di alimentazione per l'emissione di luce continua non comporta difficoltà; soltanto bisogna schermare con cura la lampadina (si è utilizzato un tubetto di alluminio per medicinali, in cui si è praticato un piccolo foro con uno spillo). Per associare alla traiettoria la legge oraria, si è sostituito, al precedente, un circuito che fa lampeggiare un LED; a questo proposito si è potuto usufruire dei suggerimenti di un competente in elettronica. Tutte le fotografie di compo-

sizione di moti su assi ortogonali riportate nel manuale sono state eseguite in luce continua; il *led* è stato impiegato per i moti registrati dalle fotografie 6.15, 6.16.

La macchina fotografica si fa oscillare con otturatore aperto (ma per altri esperimenti si può tenere ferma) e il carrello si può far oscillare sfruttando la forza elastica di due molle fissate agli estremi del carrello medesimo (ma si può far compiere al carrello altri tipi di moto rettilineo).

Le fotografie da Fig. 5.24 a Fig 5.28 sono state ottenute con il metodo indicato in luce continua; un esempio di fotografia in luce intermittente è dato dalla Fig. 6.15 relativa ad altro tipo di moto.

La Fig. 5.28 presenta il caso più interessante. Evidentemente si è cercato di ottenere oscillazioni di uguale frequenza sui due assi: qual è l'errore commesso? In quale dei due moti è stata persa più energia? Per rispondere occorrerà fare delle costruzioni ed eseguire delle misure; a questo scopo è bene fotocopiare l'originale ma non bisogna dimenticare di sottoporre a controllo anche questo passaggio intermedio (verifica di "fedeltà" tra fotocopia e originale).

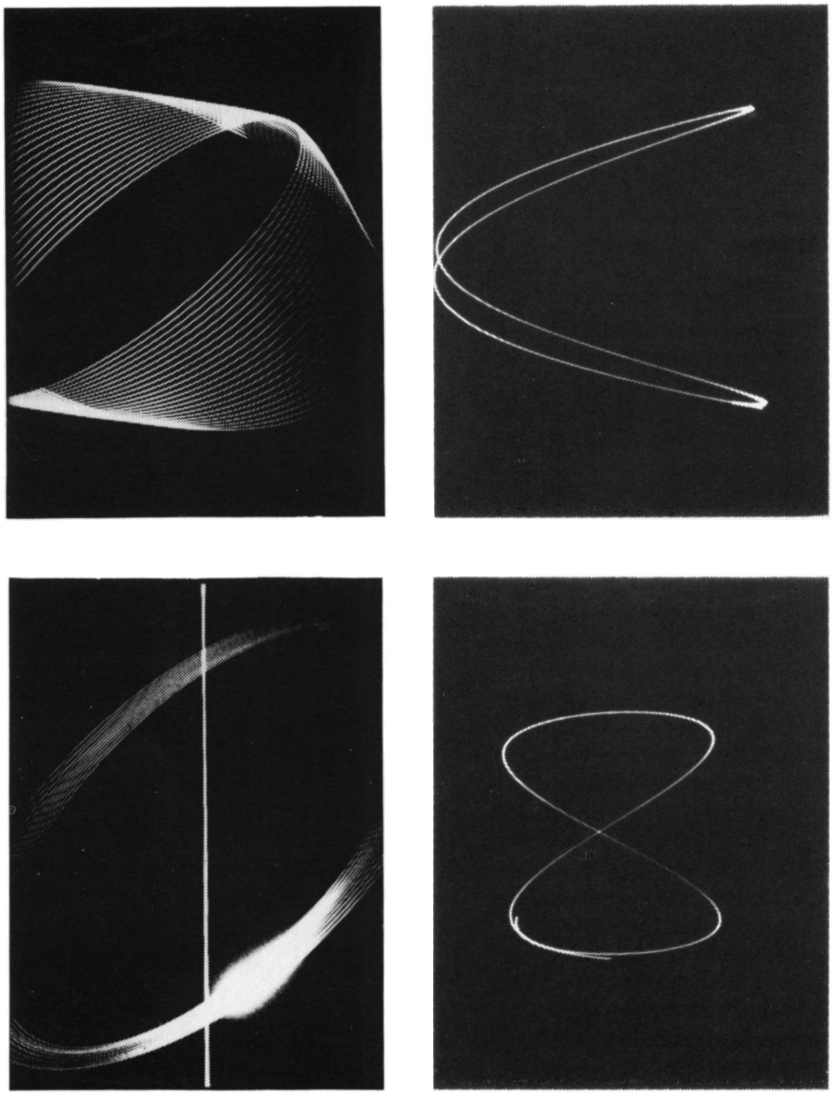


Fig. 5.24 Macchina fotografica usata come pendolo

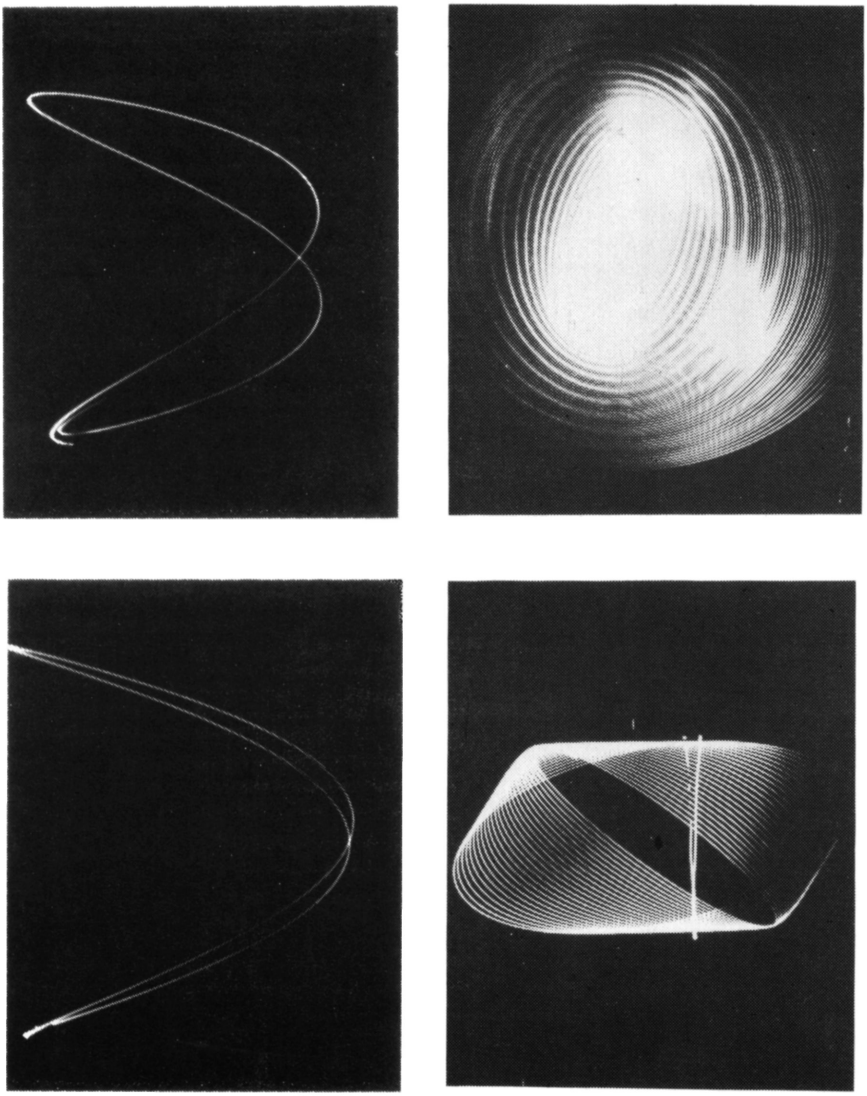


Fig. 5.25 Macchina fotografica usata come pendolo

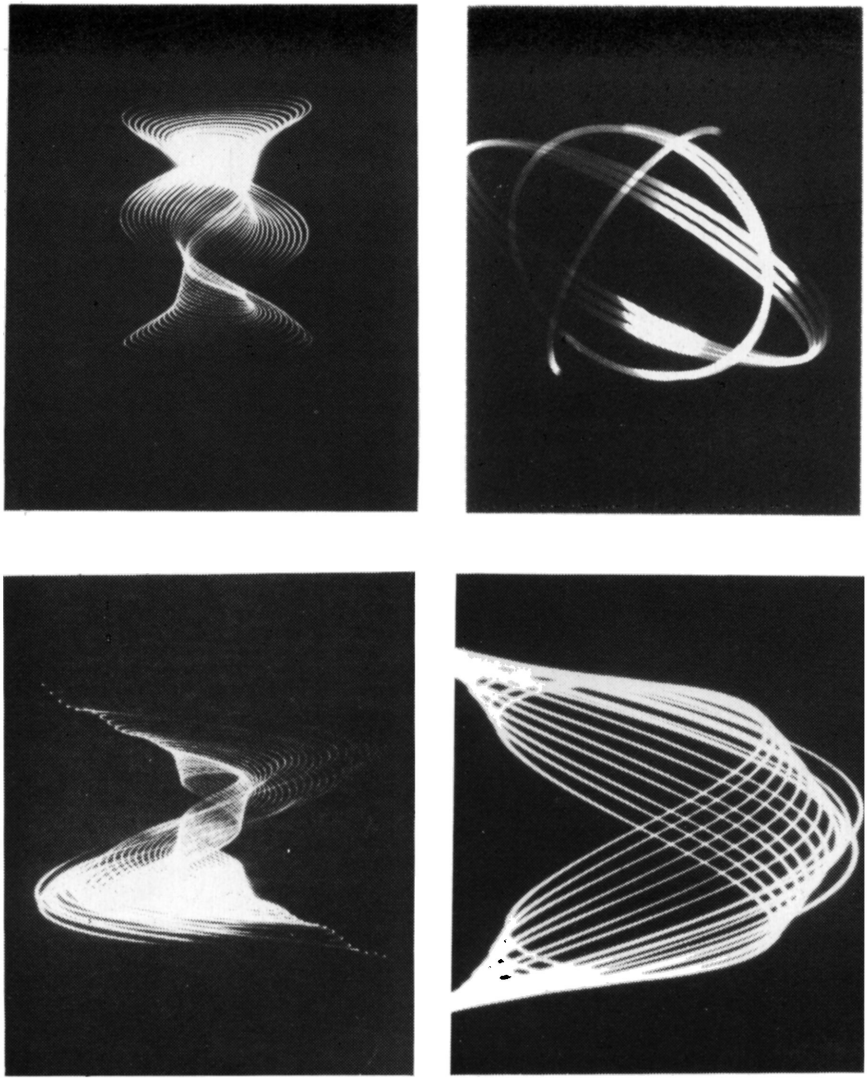


Fig. 5.26 Macchina fotografica usata come pendolo

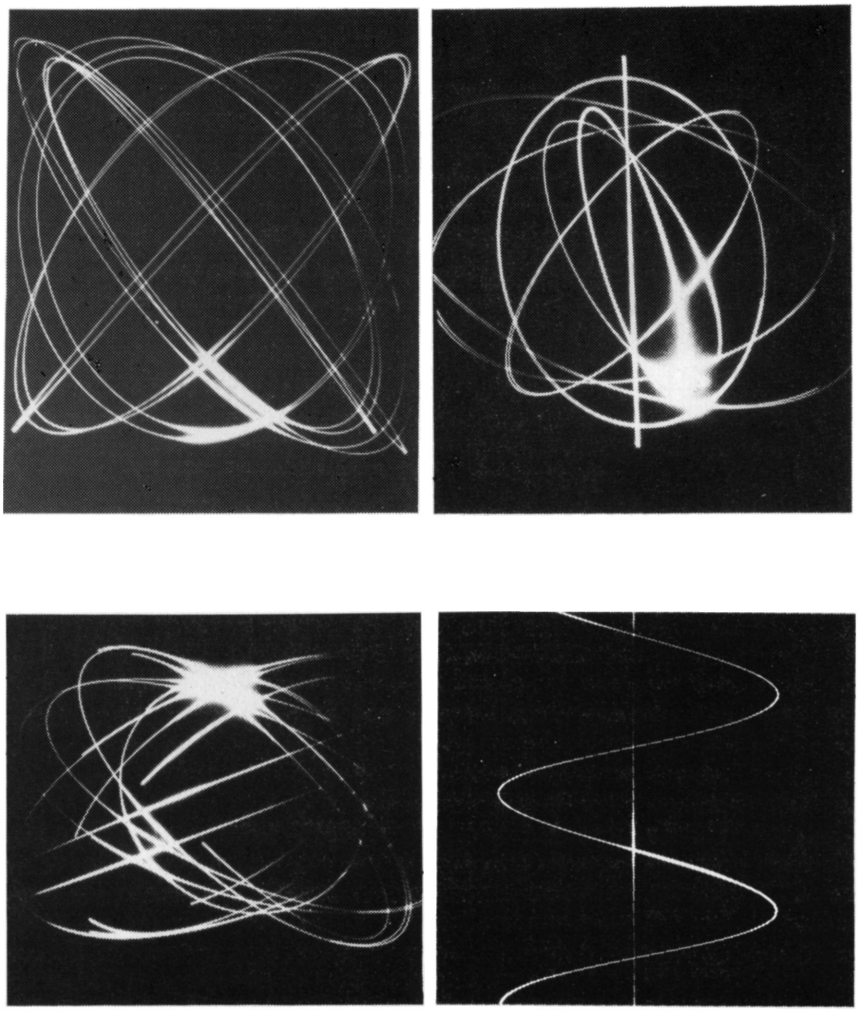


Fig. 5.27 Macchina fotografica usata come pendolo

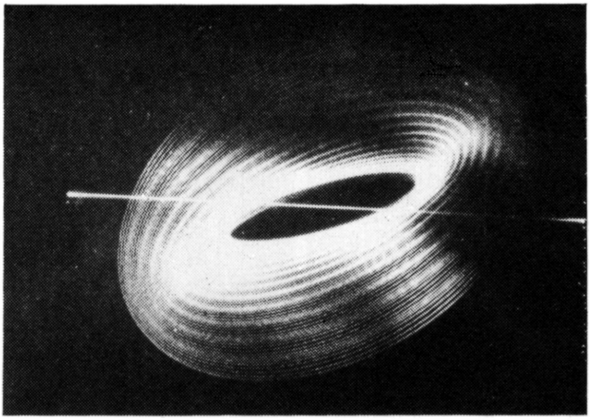


Fig. 5.28 Macchina fotografica usata come pendolo

BREVE NOTA SULL'INSEGNAMENTO DELLA GEOMETRIA ANALITICA

Molti problemi geometrici su luoghi definiti nel piano da determinate proprietà si prestano bene a essere interpretati analiticamente mediante una coppia di equazioni parametriche che danno, al variare del parametro, le coordinate x,y del punto P del luogo.

Il collegamento con il nostro tema è evidente se, qualunque sia il suo significato geometrico, il parametro viene interpretato come variabile temporale.

Spesso, l'eliminazione del parametro per ottenere l'equazione cartesiana del luogo si riduce alla esecuzione di operazioni molto semplici che, abitualmente, gli studenti sanno svolgere rimanendo però perplessi sul significato di ciò che eseguono. L'idea di rappresentare simultaneamente sullo schermo i piani cartesiani (t, x), (t, y), (x, y), è nata dall'intento di dare una immagine incisiva del collegamento esistente tra equazioni parametriche ed equazione cartesiana. Durante l'esecuzione del programma *Composizione di moti su assi ortogonali* per "ogni" valore del parametro t viene visualizzato il collegamento fra (t, x), (t, y) e il punto P(x, y) del luogo: si richiama l'attenzione sulle corrispondenze disegnando i segmenti a tratto o a punto. Con l'operazione astratta di eliminare il parametro si compie un salto qualitativo perché si esegue per tutti i punti (cioè per ogni valore di t) ciò che si è detto per il singolo punto.

Secondo la testimonianza di alcuni studenti, il sottolineare questi aspetti è di notevole aiuto per l'intuizione così come lo è l'osservazione attenta del formarsi dei tre grafici sullo schermo.

A PROPOSITO DELLA SIMULAZIONE

In qualche luogo l'autore ha già avuto occasione di dire ciò che pensa sull'uso della simulazione nell'insegnamento, ma preferisce riprendere qui il discorso negli elementi che ritiene più importanti.

1. Sostituire un laboratorio di fisica con un laboratorio in cui si simulano gli esperimenti al calcolatore è dannoso:

   a. Perché si presentano agli studenti i risultati di un processo senza mostrare attraverso quali piste l'indagine è stata condotta e il risultato è stato raggiunto. Non è ovviamente necessario (sarebbe anzi illusorio) ripercorrere le tappe seguite dalla ricerca, ma non si debbono scavalcare con disinvoltura quei momenti nodali che hanno caratterizzato l'avanzamento della cultura in ambito scientifico; l'insistenza, nel manuale, dei riferimenti a Galileo ha lo scopo di enfatizzare questo punto di vista.

   b. Perché, invitando lo studente ad agire in un ambito di problemi necessariamente ridotto e semplificato, si può generare in lui l'impressione di capire ...

   c. Perché lo studente è privato di quel momento attivo che si è indicato più sopra come *uso delle mani.*

   d. Perché poche cose sono istruttive per una persona intelligente quanto un esperimento che non riesce. Un compito dell'insegnante di fisica è quello di sconfiggere quella mentalità ottusa che considera un laboratorio di fisica come un baraccone da fiera atto a incantare il pubblico; è necessario perciò che i risultati di alcuni esperimenti non rispettino le previsioni per avere una occasione concreta (o se si vuole non artificiale) in cui riflettere con gli studenti sui problemi connessi (e non solo sulle cause!). Chi ha pratica di laboratorio sa perfettamente che non occorre creare ad arte simili situazioni concrete.

2. Ridurre l'insegnamento della fisica all'esecuzione di esperimenti in laboratorio è dannoso:

   a. Perché (già lo si è detto citando Poincaré) un insieme di dati non fa scienza come un mucchio di pietre non fa una casa.

   b. Perché ha poco senso sperimentare a caso; per dare un solido programma di esperimenti occorre la guida di una teoria (sia pure allo stato rudimentale) da verificare, per poterla poi confermare o rifiutare o modificare.

3. È utile presentare qualche esperimento e la sua simulazione facendo partecipare gli studenti alle tappe fondamentali di tutto il processo.

L'autore ritiene che questa sia una pista obbligata se si vuole dare allo studente di media intelligenza una prima idea non troppo vaga di ciò che si intende per simulazione in ambito scientifico.

L'autore è convinto che, nell'insegnamento, è necessario dare sempre degli esempi. È ciò che ha cercato di fare costruendo il presente manuale: il fatto che gli esempi scelti non siano felici né sufficientemente efficaci per mettere in luce il problema dovrebbe soltanto stimolare alla ricerca di esempi migliori.

CHIARIMENTI NECESSARI SULLA APPROSSIMAZIONE

"È giusto, l'ha fatto il calcolatore!"

Quando un interlocutore fa dichiarazioni di questo genere, perché non rivolgergli due domande molto semplici:

a. Che cosa è giusto?

b. Che cosa ha fatto il calcolatore?

Non è il caso di analizzare qui i vari comportamenti umani nei confronti delle piccole o delle grandi macchine elettroniche anche se ci troviamo in un epoca in cui certa burocrazia può finalmente attribuire al "cervellone" la responsabilità di ogni disfunzione, ma è necessario, almeno nella scuola, eliminare con estremo rigore l'immagine mitica della macchina, sia essa percepita con orrore o con gratificazione.

Un primo livello di demitizzazione si può conseguire insegnando, sia pure in modo molto rudimentale, gli elementi sui quali si basa il funzionamento di un calcolatore.

Un secondo livello potrebbe consistere nel mostrare alcuni "errori" commessi dalla macchina.

Un livello successivo potrebbe essere quello di indicare piste per la correzione degli "errori" di cui sopra. Si tratta in sostanza di mettere in rilievo il valore determinante che ha l'intervento dell'uomo senza ignorare, d'altra parte, che l'uomo può perdere il controllo della macchina per molte cause (dabbenaggine, eccessiva complessità della situazione, intervento perverso di altri, ...).

Nell'insegnamento conviene considerare la prima domanda (*che cosa è giusto*) anche nel quadro del problema dell'approssimazione. Va fatto rilevare che quand'anche si riuscisse a riprodurre a stampa con il calcolatore l'immagine fotografica di un punto mobile fino a poter sovrapporre le due immagini (stampa e fotografia), l'interpretazione matematica data del moto non potrebbe neppure dirsi verificata con una approssimazione dell'ordine di 10^{-3}; basta infatti pensare alla risoluzione del video che raggiunge il massimo di 640*400 punti.

La maggior parte delle teorie fisiche ha ottenuto verifiche con livelli di approssimazione molto superiori a 10^{-3} senza citare quello, veramente impressionante, ottenuto dalla elettrodinamica quantistica.

Bisogna dirlo esplicitamente: ogni verifica che implichi (direttamente o no) delle misure è soggetta all'approssimazione; nessuna verifica di questo tipo può considerarsi perfetta.

6. ESEMPI

UN PRIMO ARGOMENTO DI LEZIONE

Qualche anno fa, in occasione di alcune esplosioni eseguite in una località svizzera per far precipitare masse nevose che altrimenti avrebbero potuto dar luogo a pericolose valanghe, si parlò in una terza liceo scientifico dei possibili metodi impiegati; non si riuscirono a raccogliere informazioni precise. Sembra che di recente vengano gettate delle cariche da un elicottero, sorvolando i luoghi interessati. In passato si trattava probabilmente del lancio di proiettili. Nacque comunque il problema di calcolare gli elementi necessari per raggiungere un punto B con un proiettile lanciato da un punto A.

Si decise (come sempre nella fase iniziale) di trascurare gli effetti dell'attrito. Si presentò subito una domanda: fissati A, B, il problema di lanciare un corpo da A che raggiunga B ammette un'unica soluzione? Si notò, restando sempre nell'ambito delle ipotesi semplificatrici, che il problema, dal punto di vista della interpretazione matematica, non è diverso da quello di stabilire sotto quali condizioni, nel gioco della pallacanestro, il lancio di un pallone al canestro è impostato bene o no; a questo proposito i ragazzi stessi osservarono che non basta scegliere correttamente la direzione (e vi è poi un'unica direzione corretta?), ma bisogna dosare bene anche la spinta da imprimere al pallone.

Non è difficile immaginare che un argomento del genere sia preso in considerazione molto frequentemente nell'insegnamento medio; viene qui presentato, come esempio, per due motivi.

a) Fu l'occasione che indusse l'autore a formulare una prima parte del programma *Composizione di moti su assi ortogonali.* Egli ricorda che i ragazzi si appassionarono molto al problema forse perché vennero divisi in gruppi che dovevano presentare la soluzione sotto condizioni diverse da gruppo a gruppo; l'insegnante disse, fra l'altro, che proponeva loro un esercizio in un momento del corso in cui non avevano tutte le conoscenze necessarie per risolverlo, ma che stimava avrebbero saputo arrangiarsi.

   Per rendere efficace la verifica dei risultati ottenuti (un po' di drammatizzazione talora non guasta) l'autore si impegnò a preparare per la data

fissata un programma che facesse tracciare a un plotter collegato con il calcolatore (si usava allora un P652) il punto di lancio A e il bersaglio B stabiliti per ogni gruppo e, successivamente, la traiettoria corrispondente ai valori iniziali calcolati dagli studenti.

b). Il secondo motivo si lega a una intuizione felice che ebbe uno dei ragazzi; né lui né i suoi compagni furono in grado di giustificare tale intuizione cosicché divenne compito dell'insegnante cercare una giustificazione con mezzi di calcolo adatti agli studenti.

Conviene riassumere e precisare nei seguenti punti lo svolgimento del lavoro.

1. Gli studenti vennero suddivisi in gruppetti di quattro elementi.

2. Fissata la direzione del campo gravitazionale, a ciascun gruppo venne assegnata una posizione di tiro A rispetto al bersaglio B.

3. Per evitare che venisse sprecata energia e soprattutto per evitare un procedimento fatto solo di tentativi, a ciascun gruppo fu assegnato un limite superiore per l'energia disponibile, tenuto conto delle posizioni assegnate di A, B; altre ipotesi: massa del proiettile costante e, come si è detto, assenza di attrito del mezzo.

4. Ciascun gruppo avrebbe potuto proporre più prove (nei limiti dell'energia disponibile) fornendo per ciascuna il vettore velocità iniziale mediante modulo e angolo rispetto all'orizzontale.

5. Le verifiche si sarebbero fatte a distanza di un mese con un programma che l'autore avrebbe preparato nel frattempo. Per l'esecuzione era previsto, all'immissione dei dati assegnati al gruppo: disegno (su foglio formato A3), mediante plotter, della postazione e del bersaglio; all'immissione dei valori calcolati dal gruppo: esecuzione della parabola di tiro con indicazione finale del punteggio (calcolato sottraendo da 100 un punto per ogni decimo di millimetro di errore: l'errore veniva ovviamente calcolato da programma). La Fig. 6.1 riproduce l'esempio di lanci da due differenti postazioni verso un unico bersaglio.

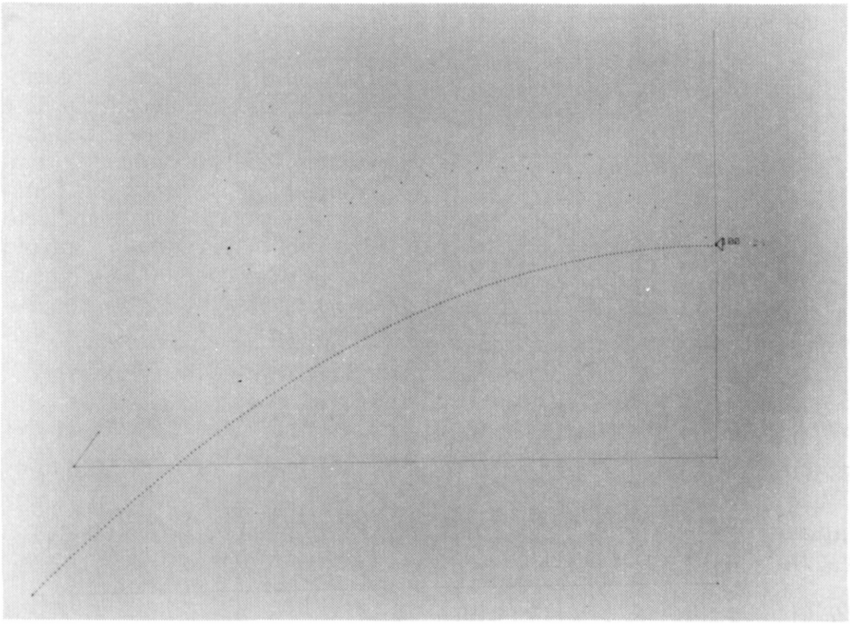


Fig. 6.1

Negli esercizi svolti in precedenza sul lancio di proiettili si erano presi in considerazione soltanto angoli di cui sono elementarmente note le funzioni goniometriche; anche le domande erano più semplici: calcolo della gittata, oppure calcolo della massima quota raggiunta dal proiettile, oppure della quota relativa alla ascissa x, una volta assegnata la velocità iniziale. Ora si trattava, in sostanza, di invertire il problema.

Il giorno della verifica si videro soltanto fogli pieni di calcoli; nessuno pensò di tradurre il calcolo in un disegno. La scommessa con il calcolatore aveva creato tuttavia una certa atmosfera di attesa e i calcoli erano stati ripetuti più volte. Più della metà dei gruppi riuscì ad ottenere il massimo del punteggio.

L'autore propose allora un secondo problema con nuovo appuntamento per la verifica: stabilire qual è l'angolo che consente di colpire il bersaglio con la minima velocità (massimo risparmio di energia).

Qualcuno preparò tabelle in cui l'angolo era stato individuato (nell'approssimazione richiesta) mediante avvicinamenti successivi e fu cosa interessante, ma venne sollecitato a cercare anche una soluzione diretta.

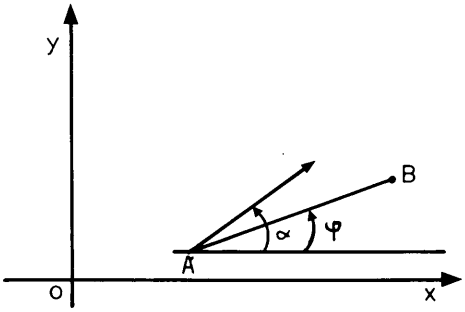


Fig. 6.2

Di seguito è riportata la soluzione al primo problema; con α è stato indicato l' *angolo di proiezione* (ossia l'angolo che la direzione di lancio forma con l'orizzontale); con φ è stato indicato l'*angolo di sito* (ossia l'angolo che la retta congiungente postazione e bersaglio forma con l'orizzontale).

RISOLUZIONE

Indicata con $A(x_A, y_A)$ la postazione, con $B(x_B, y_B)$ il bersaglio, con V_{Ax}, V_{Ay} le componenti della velocità iniziale V_A (vettore spiccato da A), si ha:

(6.1) $$V_A = |\vec{V_A}| = \sqrt{V_{Ax}^2 + V_{Ay}^2}$$

(6.2) $$V_{Ax} = V_A \cos \alpha$$

(6.3) $$V_{Ay} = V_A \sin \alpha$$

La componente del moto lungo l'asse x è

$$x - x_A = V_{Ax} \cdot t$$

La componente del moto lungo l'asse y è

$$y - y_A = V_{Ay} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

ed eliminando t

$$y - y_A = (x - x_A)\frac{V_{AY}}{V_{AX}} - \frac{g}{2}\frac{(x - x_A)^2}{V_{Ax}^2}$$

Risolvendo rispetto a V_{Ay}, dopo aver sostituito alla coppia (x, y) le coordinate di B (seconda condizione da soddisfare), si ha

$$(6.4) \qquad V_{Ay} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \cdot V_{Ax} + \frac{g}{2}\frac{x_B - x_A}{V_{Ax}}$$

Si nota che (supposto $x_B > x_A$) per ogni $V_{Ax} > 0$ si ottiene uno e un solo V_{Ay} (potrà essere anche $V_{Ay} < 0$ se $y_B \ll y_A$); dalla coppia V_{Ax}, V_{Ay} si ottiene V_A mediante la (6.1) e α mediante la (6.2).

Come si vede, l'uso della trigonometria è ridotto alla semplice definizione delle funzioni goniometriche.

Nasce una prima interessante questione: se si vuole passare da V_{Ay} a V_{Ax} si deve risolvere la seguente equazione di secondo grado:

$$(6.4\text{ bis}) \qquad V_{Ax}^2 - \left(\frac{x_B - x_A}{y_B - y_A} V_{Ay}\right) V_{Ax} + \frac{g}{2}\frac{(x_B - x_A)^2}{(y_B - y_A)} = 0$$

che ammette le seguenti soluzioni (purché $V_{Ay}^2 > 2g(y_B - y_A)$):

$$V_{Ax} = \left(V_{Ay} - \sqrt{V_{Ay}^2 - 2g(y_B - y_A)}\right)\frac{(x_B - x_A)}{2(y_B - y_A)}$$

$$V_{Ax} = \left(V_{Ay} + \sqrt{V_{Ay}^2 - 2g(y_B - y_A)}\right)\frac{(x_B - x_A)}{2(y_B - y_A)}$$

Il minore dei due valori calcolati per V_{Ax} è il più economico (energia cinetica minore) e corrisponde al raggiungimento del bersaglio in fase discendente; l'altro consente di raggiungere il bersaglio in fase ascendente.

Il valore medio dei due è assunto effettivamente quando l'equazione (6.4 bis) ha una radice doppia, il che implica

$$V_{Ay} = \sqrt{2g(y_B - y_A)}$$

Allora il vertice della parabola di lancio si trova precisamente nel bersaglio in accordo con il fatto che la condizione di realità delle radici della equazione (6.4 bis) ammette il valore $\sqrt{2g(y_B - y_A)}$ come valore minimo per V_{Ay}.

Si potrebbe pensare che al minimo di V_{Ay} corrisponda il minimo di V_A. Non è così: gli studenti dotati di buona intuizione non cadono in questa trappola.

Calcolo dell'angolo relativo al valore minimo di V_A

Uno studente di quella terza liceo scientifico disse che il valore minimo di $|\vec{V}_A|$ si ha quando è soddisfatta la relazione:

$$\alpha = 45° + \frac{1}{2}\varphi;$$

ma non seppe spiegare il perché né seppe dare indicazioni in base a quali elementi aveva intuito il risultato.

Un altro studente osservò, invece, che la condizione si sarebbe dovuta ricavare tenendo presente che il vettore velocità avrebbe dovuto formare, nel bersaglio, un angolo di 45° con la verticale.

Non è difficile scorgere, nelle due proposte, due diversi tipi di generalizzazione del risultato relativo a un problema un po' diverso, esaminato in precedenza con gli studenti: a parità di modulo della velocità iniziale (e quindi di energia), con quale angolo di proiezione lanciare il peso, per raggiungere il suolo nel punto più lontano?
Si ottiene, in assenza di attrito, la seguente risposta: la retta di lancio è bisettrice dell'angolo tra retta verticale e retta orizzontale; per simmetria, la stessa proprietà vale per la direzione di arrivo. Si nota allora che:

— la prima congettura *generalizza* la proprietà *conservando* la condizione che la retta di proiezione sia bisettrice dell'angolo formato dalla verticale e dalla retta congiungente postazione e bersaglio;

— la seconda congettura *generalizza* la proprietà ritenendo che *si conservi* la direzione in cui viene colpito il bersaglio.

Dopo qualche settimana gli studenti appassionati al problema dissero che andava accolta la prima congettura e respinta la seconda, in base ai risultati del seguente calcolo: scelti valori di α in un intorno di $45° + \varphi/2$, i valori assunti da V_A risultavano superiori al valore assunto in $45° + \varphi/2$, che a sua volta era inferiore al valore calcolato in base alla seconda congettura. Ma nessuno riuscì a dare una giustificazione diretta. A questo punto fu l'insegnante a essere chiamato in causa: egli non poteva lasciar cadere una *questione di grande portata dal punto di vista metodologico.* Si trattava di sondare delle congetture con strumenti adeguati alla preparazione di chi le aveva formulate.
Va inoltre aggiunto che si era studiata da poco la parabola sia dal punto di vista analitico, sia dal punto di vista sintetico, mettendo in rilievo un buon numero di proprietà. A questo proposito, l'insegnante aveva cercato di enfatizzare un significativo aforisma di O. Chisini secondo il quale la matematica insegna soltanto due cose: "a leggere" e "a scrivere".
Si erano tradotte in equazioni proprietà geometriche e si erano interpretate equazioni scorgendo proprietà geometriche. Come leggere, dunque, la presenza della bisettrice nelle equazioni precedenti, in condizioni di V_A minimo? Come "scrivere" la condizione che impone a V_A di essere minimo? Si tratta di problemi interessanti; prima di procedere oltre occorre avvertire che, per quanto riguarda la tangente alle coniche, si era evitato l'impiego della nozione di limite; in particolare si era definita tangente a una parabola in un suo punto P una retta non avente alcun punto interno alla parabola e si era dimostrato che una parabola ammette in ogni suo punto una e una sola tangente che è (proprietà caratteristica) asse del segmento avente come estremi il fuoco F e il punto H, proiezione ortogonale di P sulla direttrice.

Per dare maggior rilievo a ciò che è importante ed essere meno disturbati dalle notazioni, si era posto:

$$x_B - x_A = d \qquad\qquad y_B - y_A = h$$

osservando che ciò equivale a una traslazione del riferimento che porta l'origine in A. Inoltre d viene considerato positivo senza ledere la generalità; h può essere, invece, positivo o negativo.

La tangente in A ha equazione

$$y = mx \qquad \text{dove} \qquad m = \frac{V_{Ay}}{V_{Ax}}$$

Si tratta di calcolare, se esistono, i valori di m per i quali V_A è minima. Conviene allora sostituire nella (6.4 bis) i parametri V_{Ax}, V_{Ay} con i parametri m, V_A tenendo presente che

$$V_A^2 = V_{Ax}^2 + V_{Ay}^2$$

e quindi:

$$\left(\frac{V_A}{V_{Ax}}\right)^2 = 1 + \left(\frac{V_{Ay}}{V_{Ax}}\right)^2$$

da cui segue:

$$V_{Ax}^2 = \frac{V_A^2}{1+m^2}, \qquad V_{Ay} \cdot V_{Ax} = \left(\frac{V_{Ay}}{V_{Ax}}\right) \cdot V_{Ax}^2 = \frac{m\, V_A^2}{1+m^2}$$

In conclusione la (6.4 bis) si può scrivere:

$$\frac{V_A^2}{1+m^2} - \frac{d}{h} \cdot \frac{m}{1+m^2} \cdot V_A^2 + \frac{gd^2}{2h} = 0$$

e ordinando rispetto a m:

$$d^2m^2 - \frac{2dV_A^2}{g}\, m + \frac{2hV_A^2}{g} + d^2 = 0$$

È utile, a questo punto, ricostruire un quadrato

$$\left(md - \frac{V_A^2}{g}\right)^2 = \frac{V_A^4}{g^2} - \frac{2hV_A^2}{g} - d^2 = \left(\frac{V_A^2}{g} - h\right)^2 - (h^2+d^2)$$

Poiché il secondo membro dell'uguaglianza non può essere minore di 0, si deduce che il minimo valore di V_A^2 è tale che

$$\left(\frac{V_A^2}{g} - h\right)^2 = h^2 + d^2$$

ossia

$$V_A^2 = g(h + \sqrt{h^2 + d^2})$$

nel qual caso è

$$md - \frac{V_A^2}{g} = 0$$

e pertanto:

$$m = \frac{h + \sqrt{h^2 + d^2}}{d}$$

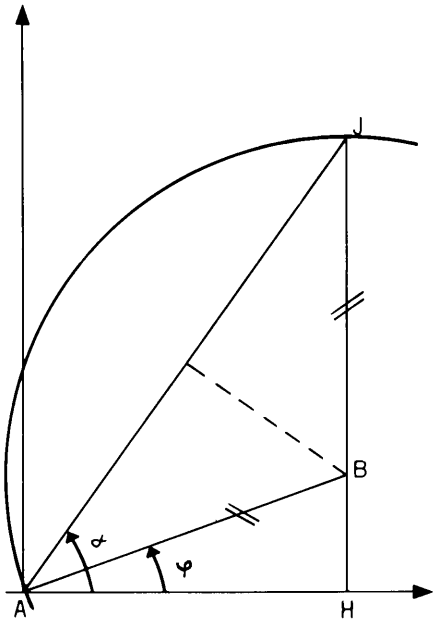


Fig. 6.3

L'interpretazione geometrica è ora veramente semplice e immediatamente riconoscibile sul grafico accanto in cui $\overline{AH} = d$, $\overline{HB} = h$; $\overline{BJ}$ è costruito osservando che

$$\overline{AB} = \sqrt{h^2 + d^2}$$

e quindi facendo centro in B e intersecando la retta HB con la circonferenza di raggio BA. Seguono le relazioni fra angoli: $\widehat{BAJ} = \widehat{BJA}$ (essendo il triangolo ABJ isoscele per costruzione); $\widehat{BJA} = \widehat{JAy}$ (alterni interni di rette parallele) dalle quali si deduce:

$$\widehat{BAJ} = \widehat{JAy}$$

Ciò dimostra la proprietà enunciata dal primo studente. Rammentando le proprietà angolari della tangente alla parabola in un suo punto, si deduce che la retta AB passa per il fuoco. Ecco dunque un'altra significativa applicazione fisica della proprietà della parabola abitualmente citata a proposito degli specchi dei telescopi e dei "riflettori" (proiettori dotati di specchio parabolico nel cui fuoco è collocata una sorgente luminosa): "I raggi paralleli all'asse vengono riflessi nel fuoco dal paraboloide di rotazione e i raggi uscenti dal fuoco vengono riflessi in raggi paralleli all'asse".

Per la proprietà angolare sopra citata risulta che la tangente in B è bisettrice dell'angolo $\widehat{ABJ}$ e ciò dimostra la scorrettezza della seconda congettura.

Fra le proprietà significative connesse al caso V_A minimo, si possono citare le seguenti: le tangenti in A e in B sono fra loro perpendicolari e si intersecano sulla direttrice della parabola.
In conclusione:
La condizione di energia minima per il lancio si ha quando la parabola di lancio ha il fuoco sulla retta che congiunge postazione A e bersaglio B.

Agli studenti che desiderano "vedere una soluzione trigonometrica" si può proporre la seguente:

Posto $\overline{AB} = k$ si ha

$$d = k \cos \varphi \qquad h = k \sin \varphi$$

e sostituendo nella (6.4)

$$V_A \cdot \sin \alpha = V_A \cos \alpha \cdot \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} + gk \cdot \frac{\cos \varphi}{2V_A \cos \alpha}$$

da cui, moltiplicando ambo i membri per $\dfrac{2\cos \alpha \cos \varphi}{V_A}$ ed isolando l'ultimo termine si ottiene:

$$\begin{aligned} gk \frac{\cos^2 \varphi}{V_A^2} &= 2\sin \alpha \cos \alpha \cos \varphi - 2\cos^2 \alpha \sin \varphi = \\ &\sin 2\alpha \cos \varphi - (\cos 2\alpha + 1)\sin \varphi = \\ &\sin 2\alpha \cos \varphi - \cos 2\alpha \sin \varphi - \sin \varphi = \\ &\sin(2\alpha - \varphi) - \sin \varphi \end{aligned}$$

V_A è minima quando gk $\dfrac{\cos^2 \varphi}{V_A^2}$ é massima (tutti gli elementi che ricorrono, eccettuato V_A, sono costanti) e cioè quando

$$\sin(2\alpha - \varphi) = 1$$

dato che φ è costante.

Si ottiene così la condizione già nota:

$$2\alpha - \varphi = 90° \qquad \text{ossia} \qquad \alpha = 45° + \frac{1}{2}\varphi$$

Digressione su una interpretazione analitica delle equazioni

Con ovvio significato delle variabili e delle costanti, la struttura dell'equazione (6.4) è

(6.6) $Y = aX + b/X$ (iperbole di asintoti $X=0$, $Y=aX$, simmetrica rispetto ad O)

Inoltre si ha:

(6.7) $X^2 + Y^2 = V^2$ (circonferenza di centro O e raggio V)

Il valore minimo di V si ha quando la circonferenza è bitangente all'iperbole e cioè quando l'equazione biquadratica che si ottiene eliminando Y tra la (6.6) e la (6.7) ammette due radici doppie.

A conti fatti risulta

$$V^2 = 2b(a + \sqrt{a^2+1})$$

e si ritrova così la (6.5), se si tengono presenti i valori assegnati alle costanti.

Anche per questa via si ottiene la relazione angolare. Infatti:

— la circonferenza è tangente all'iperbole nei suoi vertici

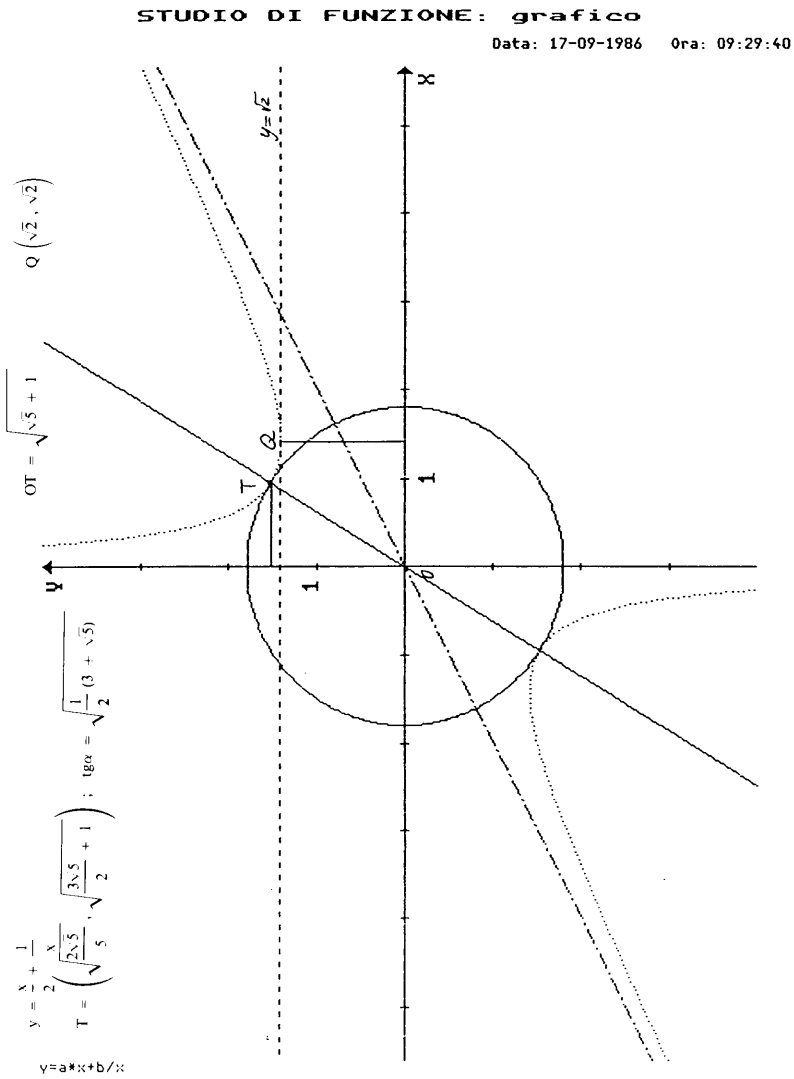
— gli assi dell'iperbole sono bisettrici degli asintoti

— si ha $a = \operatorname{tg} \varphi$

Dunque, indicando con α l'angolo che l'asse dell'iperbole forma con l'asse X e tenendo presente che la bisettrice di un angolo si calcola, mutatis mutandis, come il punto medio di un segmento, si ha:

$$\alpha = \frac{1}{2}(90° + \varphi)$$

Le Figg. 6.4 - 6.6 illustrano in modo efficace i risultati.



Lancio con minimo modulo della velocità di proiezione e lancio con minima componente verticale della velocità di proiezione.

Fig. 6.4

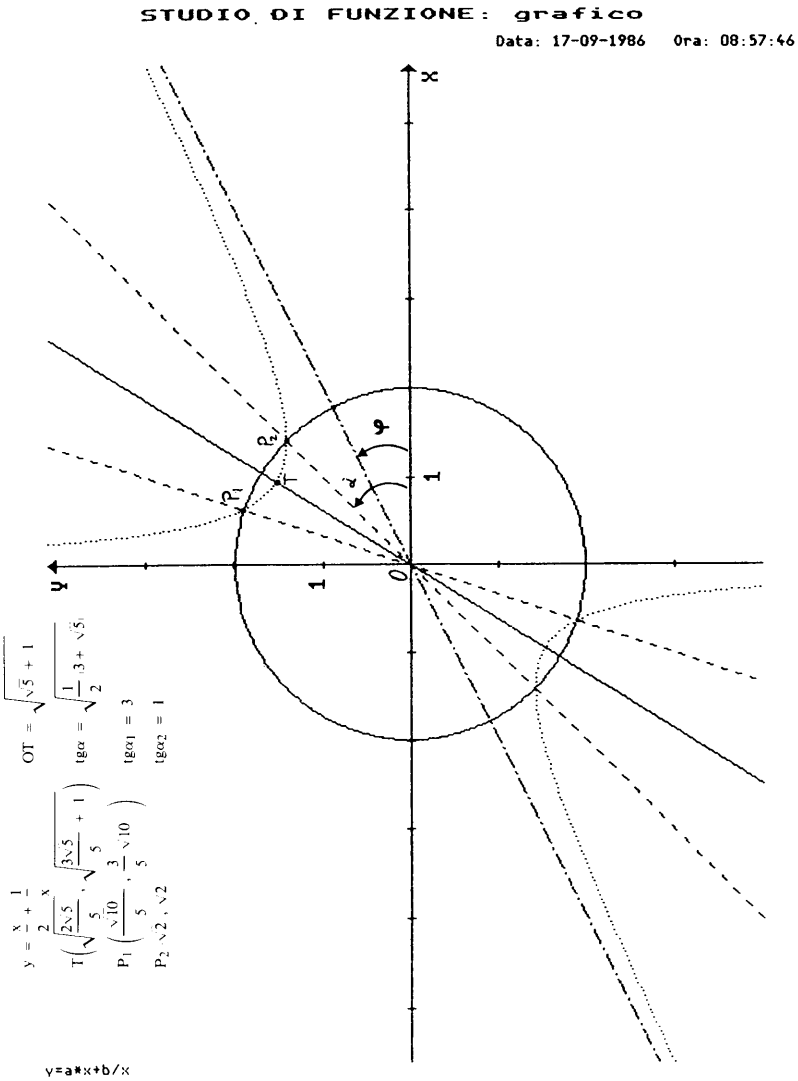
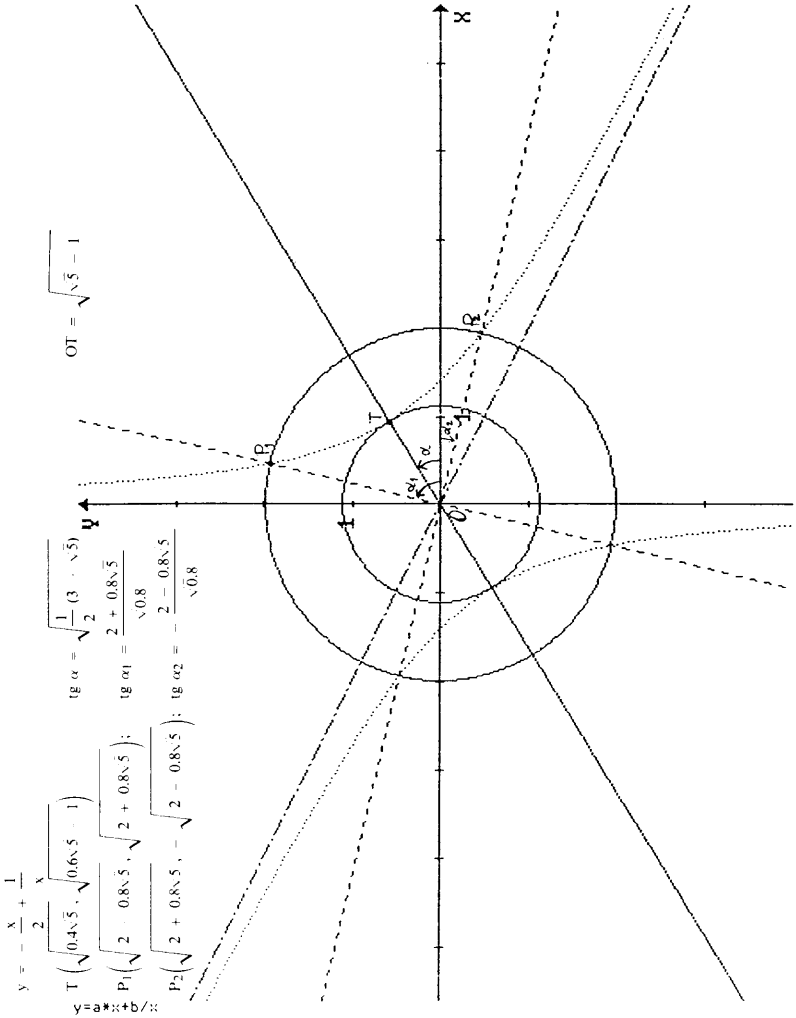

STUDIO DI FUNZIONE: grafico
Data: 17-09-1986 Ora: 08:57:46
x
y
1
1
O
T
P1
P2
φ
α
y = x/2 + 1/x
T(√(2√5/5), √(3√5/5 + 1))
P1(√10/5, 3/5 √10)
P2 √2, √2
OT = √(√5 + 1)
tgα = √(1/2 (3 + √5))
tgα1 = 3
tgα2 = 1
y=a*x+b/x
Proprietà angolari dei lanci con velocità di proiezione aventi uguale modulo.

Fig. 6.5

STUDIO DI FUNZIONE: grafico

Data: 17-09-1986 Ora: 10:31:36



Caso dell'angolo di sito negativo.
Il grafico mette in rilievo vari punti significativi: eseguire i lanci in corrispondenza ai valori dei parametri relativi a detti punti.

Fig. 6.6

L'esame del comportamento dei cerchi concentrici rispetto all'iperbole offre una serie di spunti interessanti per individuare altre proprietà e per l'esecuzione di verifiche. Qualche esempio:

Se $a > 0$, ovvero se il bersaglio ha quota superiore al punto di lancio, si nota l'esistenza di un valore minimo (indicato con V_{Aymin}) della componente verticale della velocità di proiezione.

Quando si scelgono i parametri del moto in base al valore di V_{Aymin}, in quale punto della parabola di lancio si trova il bersaglio?

Se $a < 0$, come si spiega che il bersaglio possa essere colpito qualunque sia il valore (anche negativo) assunto da V_{Ay}?

Quali sono le caratteristiche delle parabole corrispondenti a due lanci che raggiungono il bersaglio con lo stesso valore di V_{Ay}?

Esiste sempre un valore minimo del modulo della velocità per il quale viene colpito il bersaglio?

Detto V_{Amin} il valore minimo del modulo della velocità, verranno indicate con $(V_{Amin})_x$, $(V_{Amin})_y$ le componenti del vettore V_{Amin}.

Esiste un caso in cui $(V_{Amin})_y = V_{Aymin}$?

Se il bersaglio viene colpito con due velocità iniziali dello stesso modulo V_A, a quale relazione dovranno soddisfare i rispettivi argomenti α_1, α_2 ? (Si pensi inizialmente al caso in cui l'angolo di sito φ sia nullo).

Quali sono le coordinate dei vertici delle parabole?

Verificare, mediante esecuzioni del programma *Composizione di moti su assi ortogonali* , ciascuna delle risposte ottenute.

Come si calcola la gittata?

Come si calcola la massima quota raggiunta dal proiettile?

Dire quali delle seguenti relazioni sono soddisfatte quando φ è l'angolo di sito e α è l'angolo di proiezione relativo al minimo valore di V_A.

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi + \frac{1}{\cos \varphi}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi - \frac{1}{\cos \varphi}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi + \sqrt{1+\operatorname{tg}^2\varphi}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi - \sqrt{1+\operatorname{tg}^2\varphi}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cos \varphi = 1 + \sin \varphi$$

Osservare le Figg. 6.7 - 6.13 e risolvere gli esercizi formulati su ciascuna di esse.

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 13-09-1986 Ora: 11:09:25**

Asse X: $S=S'+Vt$

Posizione iniziale	$S'=-6$
Velocità	$V = 9.12871$

Asse Y: $S=S'+V't+\frac{1}{2}At^2$

Posizione iniziale	$S'=-6$
Velocità iniziale	$V'= 16.43168$
Accelerazione	$A =-15$

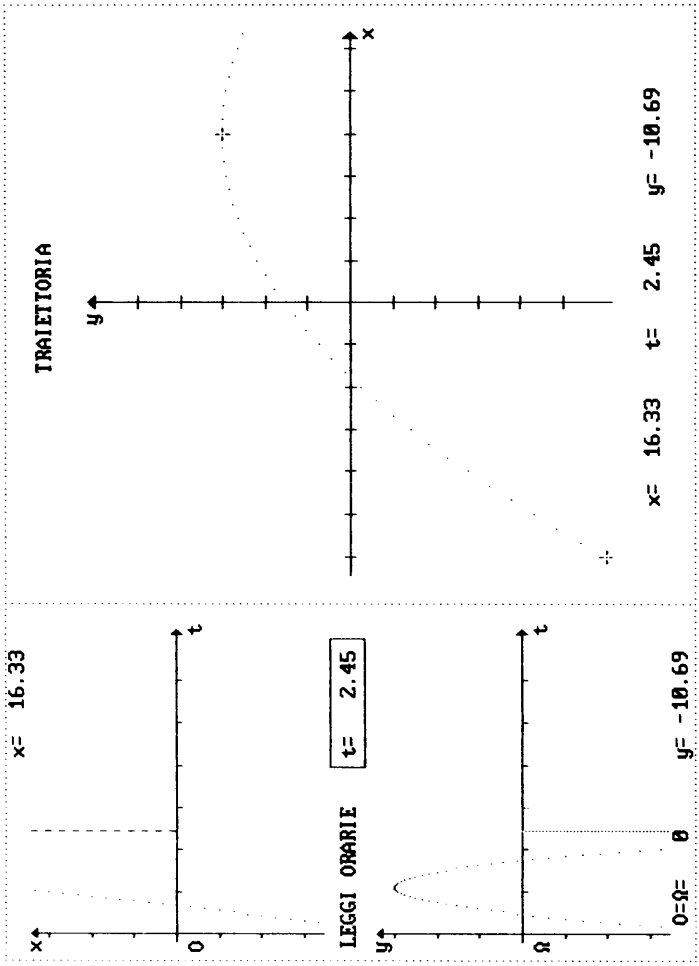
Punti-segnale	(-6 ,-6) (4 , 3)

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	1
Incremento temporale	1.095445 /30= 3.651483E-02

Una volta fissata la velocità iniziale del proiettile, quale parametro va calcolato per ottenere la traccia di un punto sulla verticale del bersaglio?

Fig. 6.7/1

GRAFICI Data: 13-09-1986 Ora: 11:09:25



Una volta fissata la velocità iniziale del proiettile, quale parametro va calcolato per ottenere la traccia di un punto sulla verticale del bersaglio?

Fig. 6.7/2

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 13-09-1986 Ora: 10:07:32**

Asse X: $S=S'+Vt$

Posizione iniziale	$S'=-6$
Velocità	$V = 8.31505$

Asse Y: $S=S'+V't+\frac{1}{2}At^2$

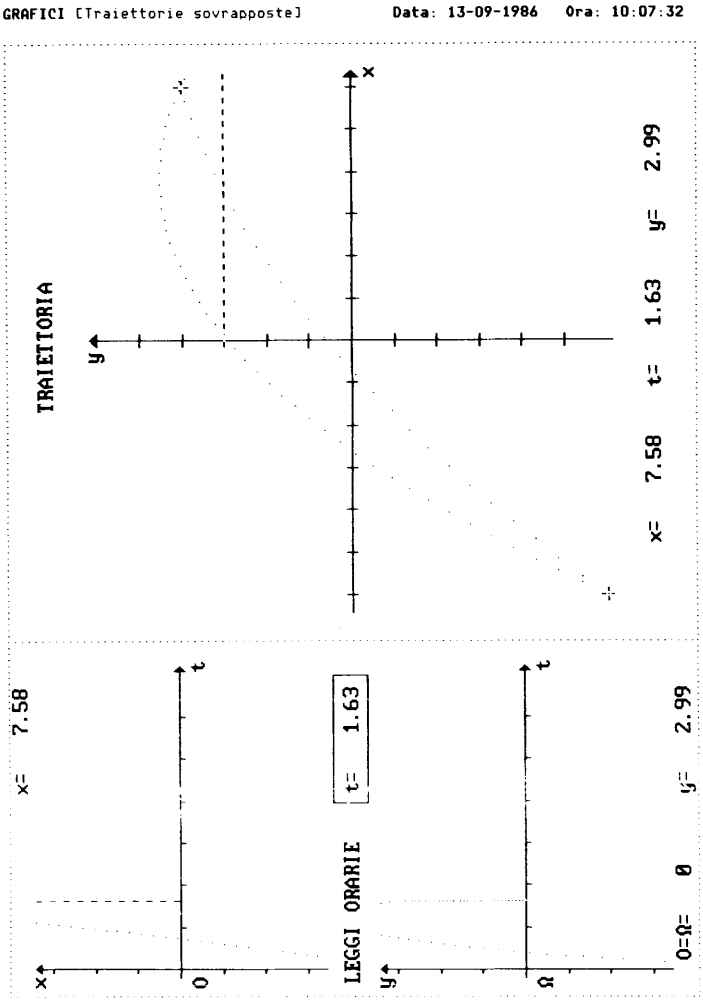
Posizione iniziale	$S'=-6$
Velocità iniziale	$V'= 17.75296$
Accelerazione	$A =-15$

Punti-segnale	(-6 ,-6) (6 , 4)

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	1
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Quale delle due traiettorie richiede minore energia per il lancio?
Si può accertare se uno dei casi corrisponde al lancio di minima energia?

Fig. 6.8/1



Quale delle due traiettorie richiede minore energia per il lancio?
Si può accertare se uno dei casi corrisponde al lancio di minima energia?

Fig. 6.8/2

COMPOSIZIONE DI MOTI

SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 17-09-1986 Ora: 15:13:41**

Asse X: $S=S'+Vt$

Posizione iniziale	$S'=-6$
Velocità	$V = 17.32051$

Asse Y: $S=S'+V't+\frac{1}{2}At^2$

Posizione iniziale	$S'=-4$
Velocità iniziale	$V'= 5.773502$
Accelerazione	$A =-18.15$

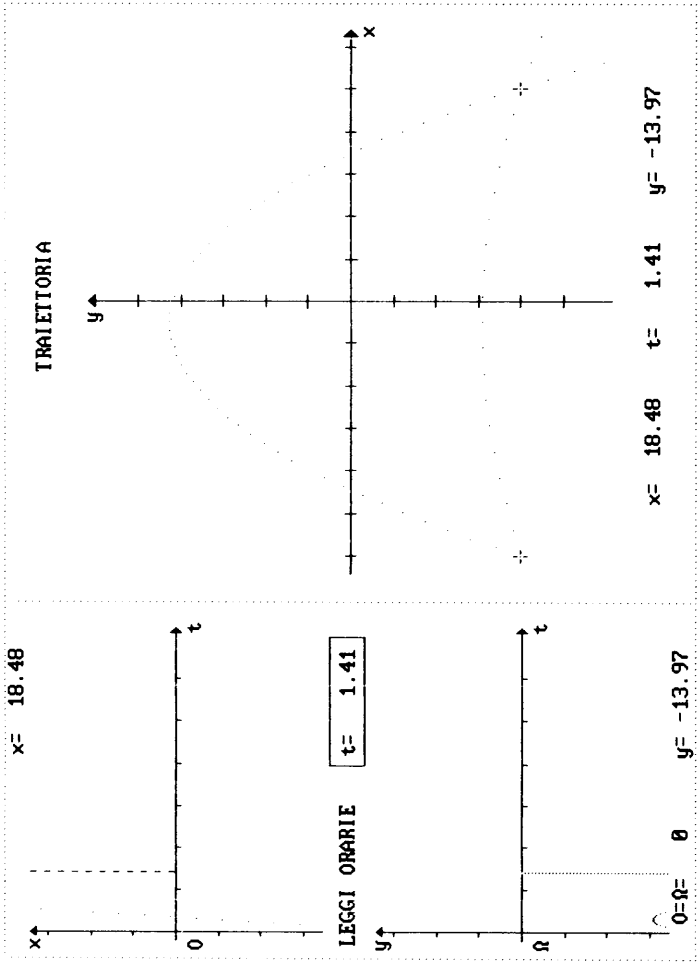
Punti-segnale	(-6 ,-4) (5 ,-4)

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	1
Incremento temporale	1.06 /30= 3.533333E-02

Esercizio: elencare le proprietà rilevate dall'osservazione del grafico.
Usare il compasso ed eventuali altri strumenti

Fig. 6.9/1

GRAFICI [Traiettorie sovrapposte] Data: 17-09-1986 Ora: 15:13:41



Asse X: $S=S'+Vt$
Asse Y: $S=S'+V't+\frac{1}{2}At^2$

Esercizio: elencare le proprietà rilevate dall'osservazione del grafico.
Usare il compasso ed eventuali altri strumenti

Fig. 6.9/2

COMPOSIZIONE DI MOTI

SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 17-09-1986 Ora: 14:41:31**

Asse X: $S=S'+Vt$

Posizione iniziale	$S'=-6$
Velocità	$V = 5.477229$

Asse Y: $S=S'+V't+\frac{1}{2}At^2$

Posizione iniziale	$S'=-3$
Velocità iniziale	$V'= 16.43167$
Accelerazione	$A =-15$

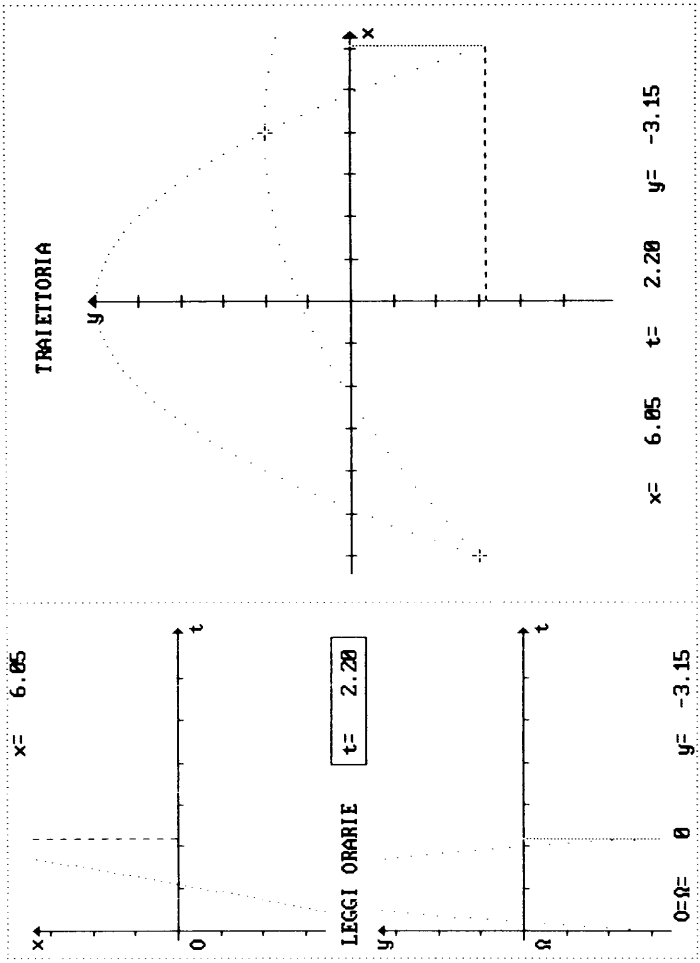
Punti-segnale	(-6 ,-3) (4 , 2)

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	1
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Esercizio: elencare le proprietà rilevate dall'osservazione del grafico.
Usare il compasso ed eventuali altri strumenti

Fig. 6.10/1

GRAFICI [Traiettorie sovrapposte] Data: 17-09-1986 Ora: 14:41:31



Asse X S=S'+Vt
Asse Y S=S'+V't+½At²

Esercizio: elencare le proprietà rilevate dall'osservazione del grafico.
Usare il compasso ed eventuali altri strumenti

Fig. 6.10/2

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 13-09-1986 Ora: 10:27:38**

Asse X: $S=S'+Vt$

Posizione iniziale	$S'=-6$
Velocità	$V = 10.39231$

Asse Y: $S=S'+V't+\frac{1}{2}At^2$

Posizione iniziale	$S'=-6$
Velocità iniziale	$V'= 17.32051$
Accelerazione	$A =-15$

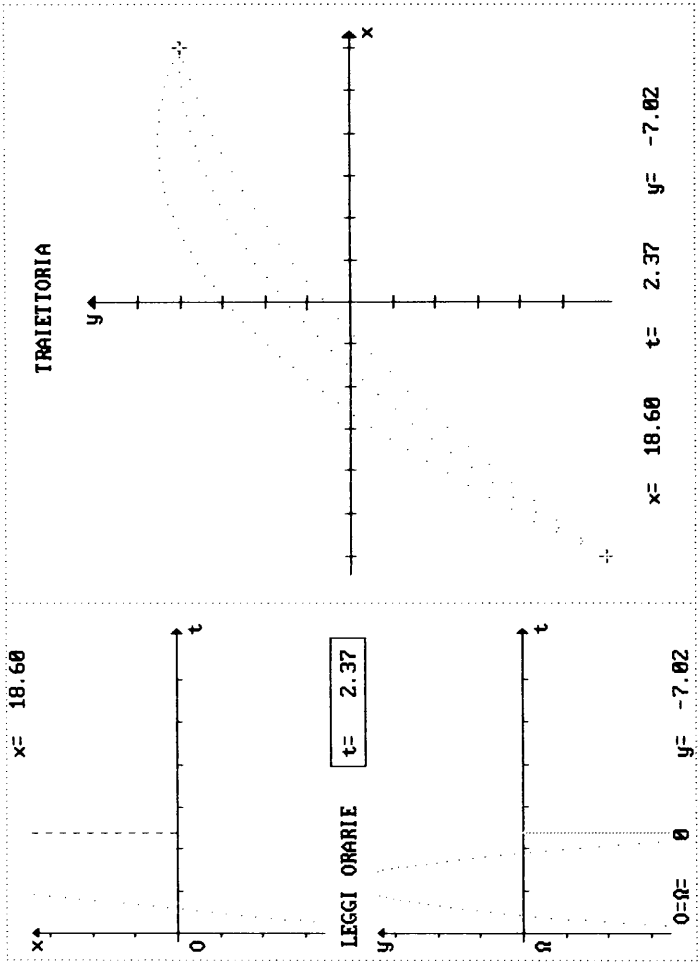
Punti-segnale	(-6 ,-6) (6 , 4)

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	1
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Caratterizzare le tre traiettorie in riferimento al modulo della velocità iniziale e delle sue componenti, alla gittata e alla quota raggiunta dal corpo.

Fig. 6.11/1

GRAFICI [Traiettorie sovrapposte] Data: 13-09-1986 Ora: 10:27:38



Caratterizzare le tre traiettorie in riferimento al modulo della velocità iniziale e delle sue componenti, alla gittata e alla quota raggiunta dal corpo.

Fig. 6.11/2

COMPOSIZIONE DI MOTI

SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 13-09-1986 Ora: 12:17:34**

Asse X: $S=S'+Vt$

Posizione iniziale	$S'=-6$
Velocità	$V = 8.136546$

Asse Y: $S=S'+V't+\frac{1}{2}At^2$

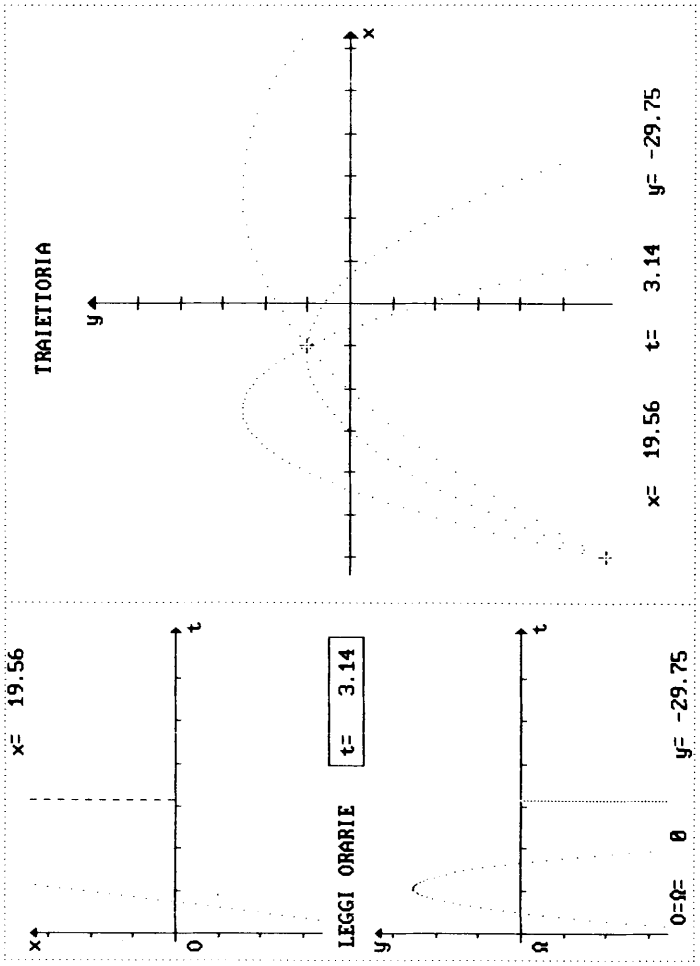
Posizione iniziale	$S'=-6$
Velocità iniziale	$V'= 16$
Accelerazione	$A =-15$

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	1
Incremento temporale	1.07097 /30= .035699

Calcolare l'angolo di sito e gli angoli di proiezione. Osservare attentamente le traiettorie ed elencare tutte le proprietà scoperte.

Fig. 6.12/1

GRAFICI [Traiettorie sovrapposte] Data: 13-09-1986 Ora: 12:17:34



Calcolare l'angolo di sito e gli angoli di proiezione. Osservare attentamente le traiettorie ed elencare tutte le proprietà scoperte.

Fig. 6.12/2

COMPOSIZIONE DI MOTI

SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 13-09-1986 Ora: 12:42:31**

Asse X: $S=S'+Vt$

Posizione iniziale	$S'=-6$
Velocità	$V = 4.668665$

Asse Y: $S=S'+V't+\frac{1}{2}At^2$

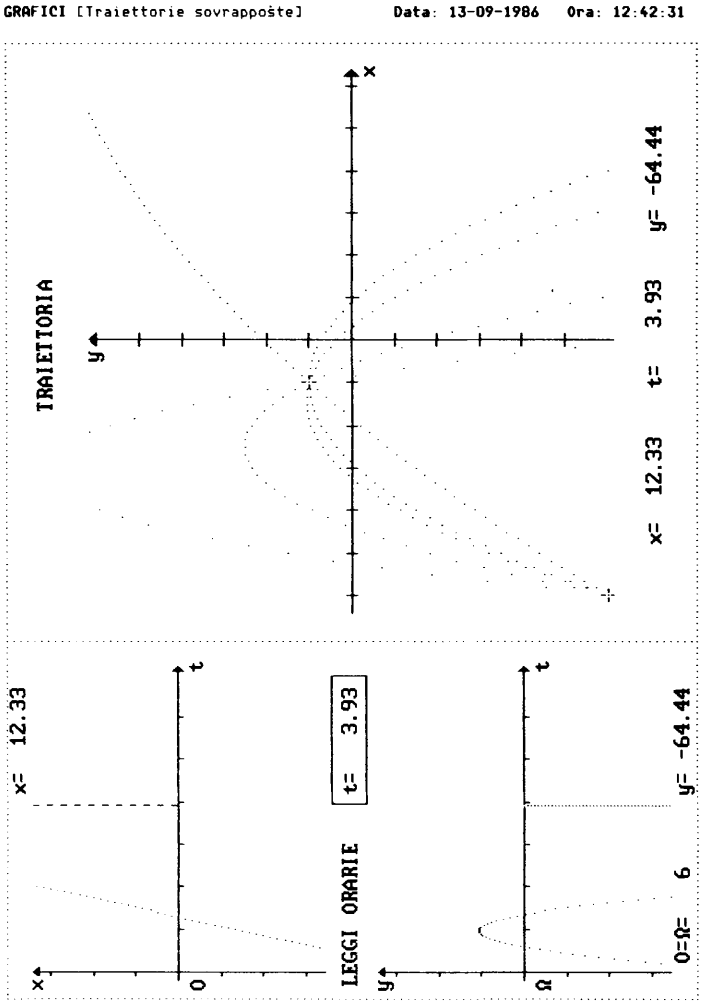
Posizione iniziale	$S'=-6$
Velocità iniziale	$V'= 14.56841$
Accelerazione	$A =-15$

Punti-segnale	(-6 ,-6) (-1 , 1)

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	1
Incremento temporale	1.07097 /30= .035699

Vi è qualche indizio per riconoscere se da una "rilevazione fotografica" all'altra (di traiettorie) è stata modificata la regolazione dello stroboflash?

Fig. 6.13/1



Vi è qualche indizio per riconoscere se da una "rilevazione fotografica" all'altra (di traiettorie) è stata modificata la regolazione dello stroboflash?

Fig. 6.13/2

Le domande precedenti insistono sulla traiettoria; ma si possono porre domande sulle leggi orarie, una volta fissata la scansione del tempo (parametro *incremento temporale* del programma).

Nello stesso campo gravitazionale , una stessa traiettoria può essere percorsa in intervalli di tempo diversi? Differenti traiettorie che raggiungono il bersaglio possono essere percorse in intervalli di tempo uguali?

Viene presentata di seguito una tabella (Fig. 6.14) ottenuta traducendo in un programma i calcoli sviluppati in questo paragrafo; nella lettura della tabella va tenuto presente che V_y, V_x e V stanno rispettivamente per V_{Ay}, V_{Ax} e V_A; inoltre V_{Aymin} è indicato con V_{ymin}, mentre $(V_{Amin})_x$ e $(V_{Amin})_y$ sono rispettivamente indicati con V_{minx} e V_{miny}.

POSTAZIONE	BERSAGLIO	GRAVITÀ		SITO	FLASH	
A(-6 -6)	B(6 2)	GI =-15		fi = 33.69006	n = 40	
t = 1.040032	Vminy = 16.16937	Vminx = 8.653582	Vmin = 18.33938	L = 18.65639	H = 8.714949	alfa = 61.84°
NUMERO FLASH	COMPONENTI della VELOCITÀ		MODULO VELOCITÀ	GITTATA	MASSIMA QUOTA	PROIEZIONE
n = 29.79127	Vymin = 15.49193	Vx = 11.61895	V = 19.36491	L = 25.04947	H = 7.999997	
n = 39.99997	Vy = 16.16937	Vx1 = 8.653589	V1 = 18.33939	L1 = 18.65641	H = 8.714949	alfa = 61.84°
n = 22.18801	Vy = 16.16937	Vx2 = 15.60046	V2 = 22.46826	L2 = 33.63329	H = 8.714949	alfa = 46.02°
n = 15.15112	Vy = 19.1701	Vx = 22.84605	V = 29.82338	L = 58.3948	H = 12.24976	alfa = 40°
n = 105.6019	Vy = 29.64254	Vx = 3.277814	V = 29.82321	L = 12.95503	H = 29.28933	alfa = 83.69°
n = 26.43931	Vy = 15.60242	Vx = 13.09199	V = 20.36752	L = 27.23557	H = 8.114518	alfa = 50°
n = 60.51571	Vy = 19.54783	Vx = 5.719892	V = 20.36749	L = 14.90819	H = 12.73725	alfa = 73.69°
n = 37.66064	Vy = 15.91947	Vx = 9.191116	V = 18.38222	L = 19.50903	H = 8.447654	alfa = 60°
n = 42.48453	Vy = 16.47799	Vx = 8.147513	V = 18.38222	L = 17.90062	H = 9.050807	alfa = 63.69°
n = 21.06561	Vy = 16.43167	Vx = 16.43168	V = 23.23789	L = 35.99999	H = 8.999994	alfa = 45°
n = 119.7038	Vy = 33.05172	Vx = 2.891664	V = 33.17796	L = 12.74326	H = 36.41387	alfa = 85°
n = 13.36618	Vy = 20.73993	Vx = 25.89694	V = 33.17824	L = 71.61343	H = 14.33816	alfa = 38.68°
n = 6.68225	Vy = 36.27103	Vx = 51.80041	V = 63.23661	L = 250.5139	H = 43.85292	alfa = 35°
n = 3.231092	Vy = 72.25933	Vx = 107.1289	V = 129.2207	L = 1032.142	H = 174.047	alfa = 34°
n = .5775595	Vy = 399.6972	Vx = 599.3207	V = 720.3769	L = 31939.57	H = 5325.261	alfa = 33.7°
n = .177539	Vy = 1299.829	Vx = 1949.675	V = 2343.242	L = 337899.1	H = 56318.48	alfa = 33.69°

Fig. 6.14

Ed ecco due proposte:

Prima proposta: costruire un programma che provveda all'esecuzione dei medesimi calcoli; si suggerisce però di rispondere preliminarmente alle seguenti domande: fissati i punti A, B e la gravità **g** , quante soluzioni ammette il problema quando si fissa il valore di uno dei seguenti parametri

$$V_{Ax},\ \alpha,\ V_{Ay},\ V_A$$

e si vogliono calcolare gli altri?

Quale incidenza ha g su V_{Ax} e su V_{Ay}?

Seconda proposta: verificare i risultati contenuti nelle tabelle utilizzandoli come valori da assegnare ai parametri del programma *Composizione di moti su assi ortogonali.*

Nota sul problema fondamentale della dinamica

Supposte note tutte le forze agenti su un sistema e i vincoli cui è soggetto, è celebre la conclusione enfatizzata da Laplace secondo cui basta la conoscenza, in un solo istante, di posizione e velocità (vettoriale) dei punti del sistema per conoscerne tutta la "storia" e prevederne l'evoluzione futura.

La conclusione è strettamente connessa ai principi della meccanica classica. Non è inutile far notare che i calcoli svolti sulle parabole di lancio offrono un esempio molto semplice di quanto enunciato. Nel nostro caso il sistema è ridotto a un punto materiale soggetto a un campo di forze costanti. Il campo è ora caratterizzato dal solo valore (vettoriale) dell'accelerazione.

Basta proprio la conoscenza di una delle posizioni assunte dal corpo nello spazio e della corrispondente velocità vettoriale per conoscerne il "futuro" (colpirà il bersaglio?) ma anche il "passato" che si raggiunge immaginando di cambiare segno all'incremento temporale.

Si può insistere ulteriormente sull'esempio calcolando dei punti segnale e mostrando che la traiettoria passa proprio per ciascuno di essi. Se si trascurano questi aspetti può accadere che il problema del lancio sia considerato assolutamente banale da chi ritiene che la velocità iniziale debba avere la direzione della retta che congiunge il punto di postazione e il bersaglio. Ebbene, va detto che se i corpi in gioco sono considerati puntiformi e il bersaglio non è sulla verticale, la direzione citata non risolve il problema.

Altro esempio che può essere citato per illustrare il *problema fondamentale della dinamica* è quello della previsione delle eclissi lunari e solari che viene condotta con elevata precisione.

Qualche esperimento di lancio di corpi su una tavola a basso attrito "tenuta non eretta all'orizzonte ma alquanto inchinata" consente una parziale verifica dei risultati ottenuti; si sottolinea così un problema di metodo: una volta data l'interpretazione, il lavoro non è concluso. Resta il compito irrinunciabile della verifica.

Le fotografie di Figg. 6.15 e 6.16 presentano rilevazioni, fatte in laboratorio, da sottoporre agli studenti perché le esaminino accuratamente, eseguendo anche delle misure.

Qualche informazione a proposito delle fotografie 6.15, 6.16. La macchina fotografica impiegata è quella della Fig. 5.23; il supporto è fissato al soffitto. A circa m 1.5 dall'obiettivo della macchina, si trova una tavola quadrata a basso attrito (m 1.2 di lato) il cui centro è collocato nelle vicinanze dell'asse ottico dell'obiettivo.
Il corpo che viene lanciato sulla tavola è un disco di plastica su cui è montato il circuito che alimenta il *led*. Mettendo in rotazione il disco, si controlla che il *led* si trovi in prossimità dell'asse di rotazione e si interviene per gli opportuni aggiustamenti.
Si controlla l'inclinazione della tavola facendo scendere il disco; si interviene sulle viti di regolazione in modo che la traiettoria (rettilinea) sia parallela a un lato della tavola.
L'angolo di inclinazione della tavola deve essere abbastanza piccolo per poter occultare con uno schermo (e poi afferrare senza difficoltà) il disco, quando giunge sul punto più basso.
Dopo un opportuno allenamento alla luce, sono stati fatti più lanci al buio, tenendo aperto l'otturatore dalla macchina.
La variazione di intensità luminosa dipende dall'angolo sotto il quale è "visto" il *led* dall'obiettivo.
Passando dalla esecuzione della Fig. 6.15 all'esecuzione della Fig. 6.16 si è aumentata la frequenza del circuito che alimenta il *led*. Si sarebbe potuto ottenere lo stesso risultato diminuendo l'inclinazione della tavola?

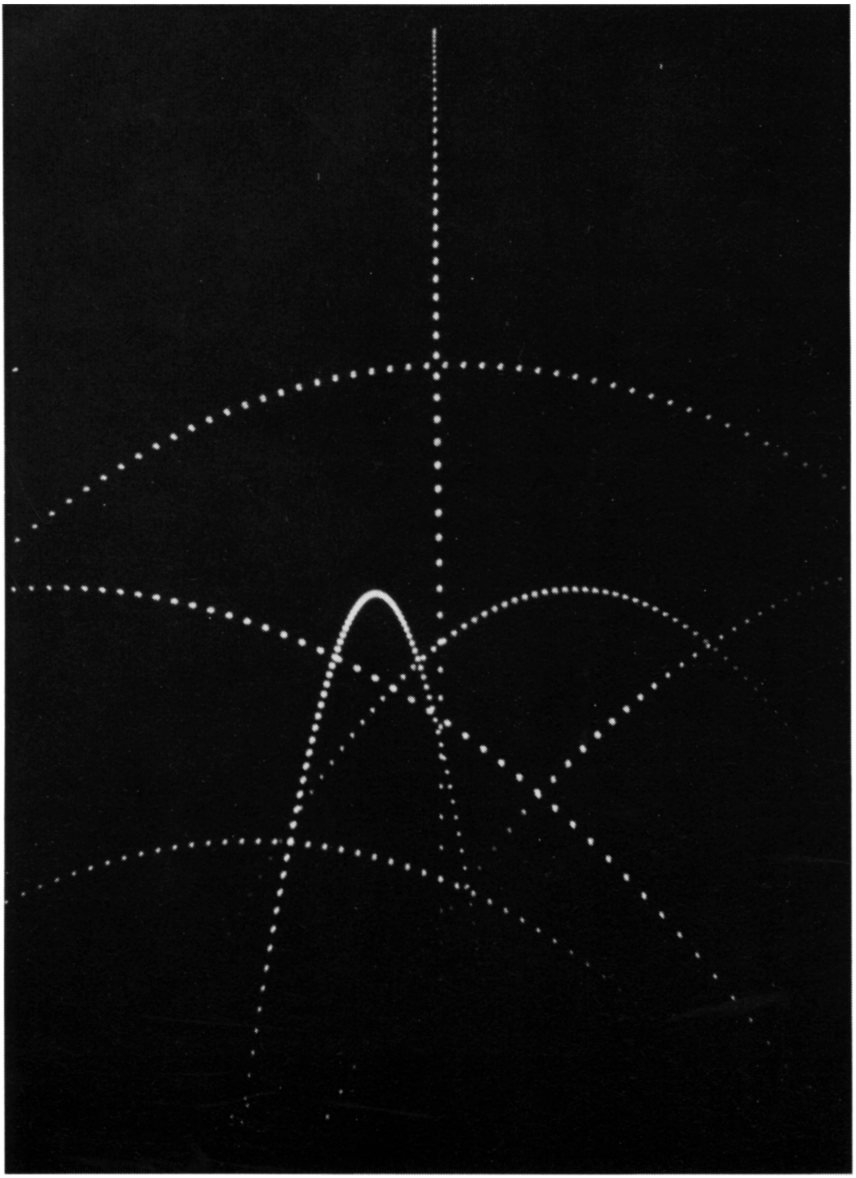


Fig. 6.15

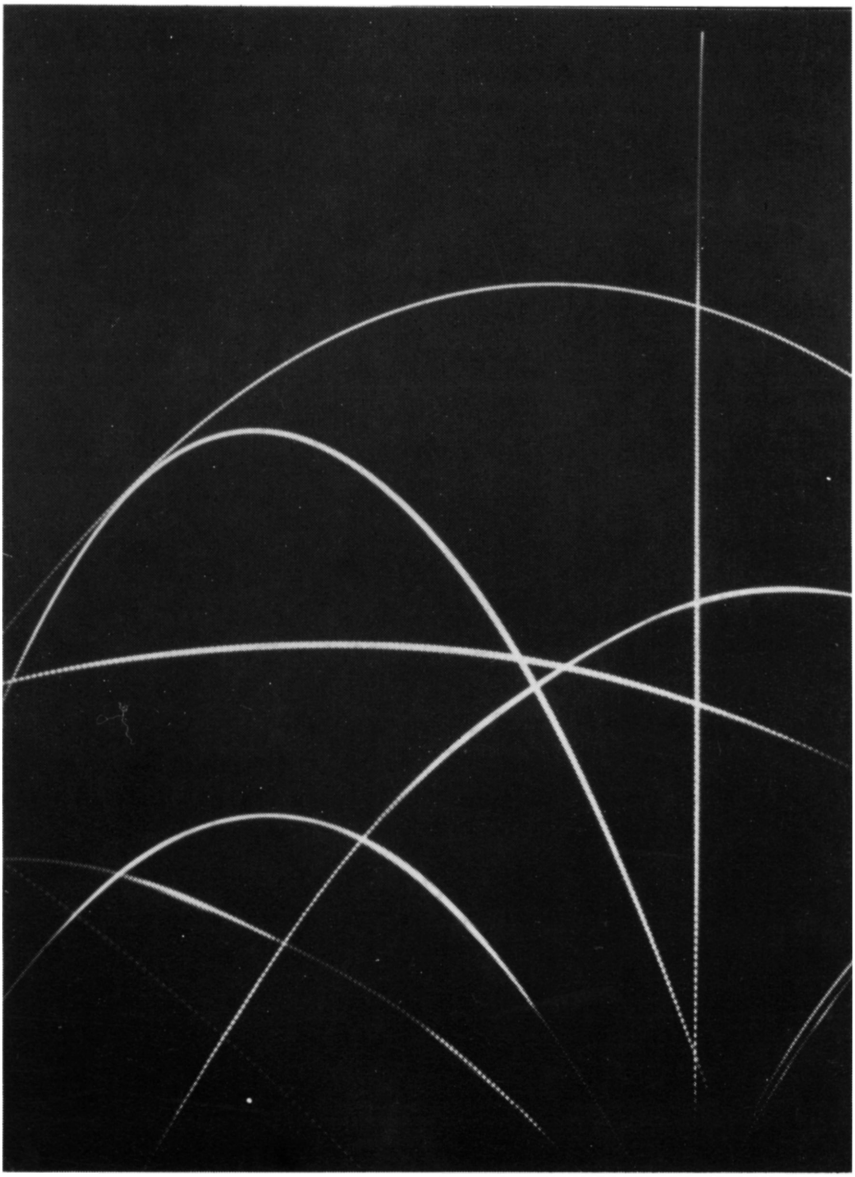


Fig. 6.16

UN SECONDO ARGOMENTO DI LEZIONE

Si accenna, in forma necessariamente schematica, a un altro argomento di lezione capace di dar luogo a molteplici sviluppi.

L'argomento potrebbe essere introdotto con una lezione in cui venga presentato un dispositivo del tipo di quello illustrato dalla figura seguente.

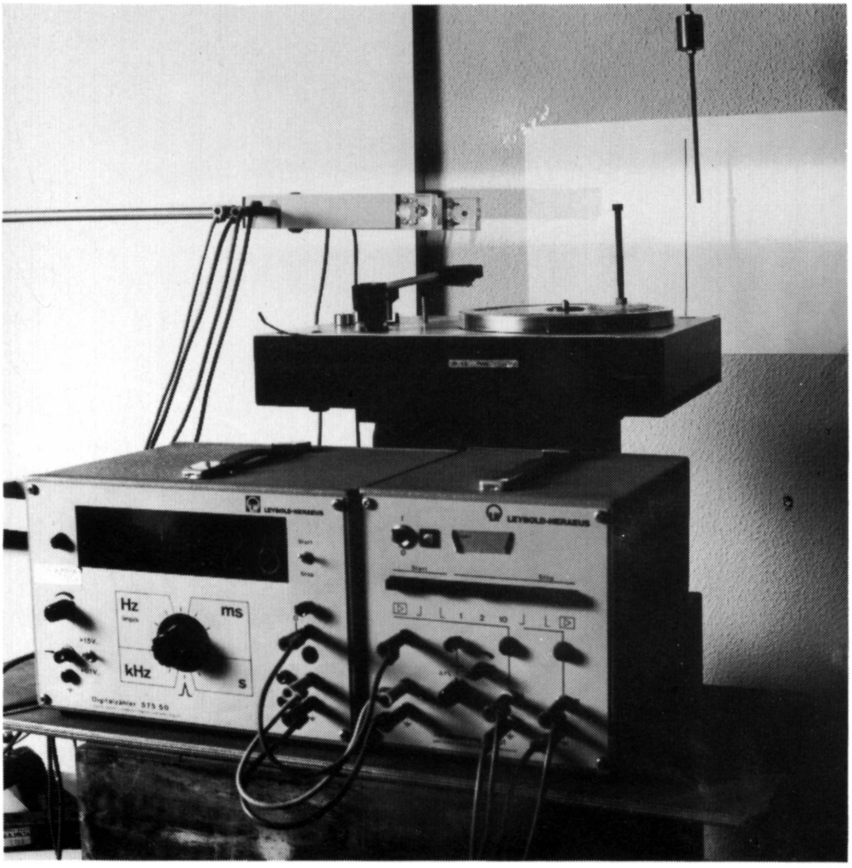


Fig. 6.17 Strumentazione

La zona luminosa sullo schermo è ottenuta da un comune proiettore per diapositive in cui è stata inserita la fotografia di una striscia bianca su fondo nero (fenditura). Tra proiettore e schermo, in prossimità di quest'ultimo, si trovano un giradischi che trascina un *indice* della lunghezza di circa cm 5 e un pendolo della lunghezza di cm 80 circa, con possibilità di regolazione. La velocità (nominale) di rotazione scelta per il giradischi è 33.3 giri/minuto primo e dovrà essere controllata impostando un sistema adeguato di misure.

Sulla Fig. 6.17 compare, davanti al giradischi, un contatore di impulsi: esso registra il periodo di una rotazione completa del piatto; il rilevamento è stato ottenuto collocando una "porta" dotata di fotocellula in prossimità della periferia del piatto. Il periodo è risultato di 1.826 sec, corrispondente a 32.86 giri al minuto. Per il piazzamento del dispositivo si comincia con il *proiettore* , dopo che si è fissato il sostegno del pendolo: quando l'asta del pendolo è in posizione verticale, il fascio di luce che la investe dovrà essere circa perpendicolare allo schermo. A questo punto viene tracciata sullo schermo una riga verticale l che attraversi nel mezzo l'ombra dell'asta del pendolo e viene quindi piazzato il giradischi in modo che gli estremi E, F dell'ombra del suo indice siano equidistanti da l. Poiché la fotografia di Fig. 6.17 è stata presa di lato, asta del pendolo e indice sul piatto del giradischi non appaiono allineati; le ombre sullo schermo denunciano, invece, un allineamento, con il proiettore, più che soddisfacente. Il particolare degli indici e delle loro ombre è messo in evidenza dalla Fig. 6.18.

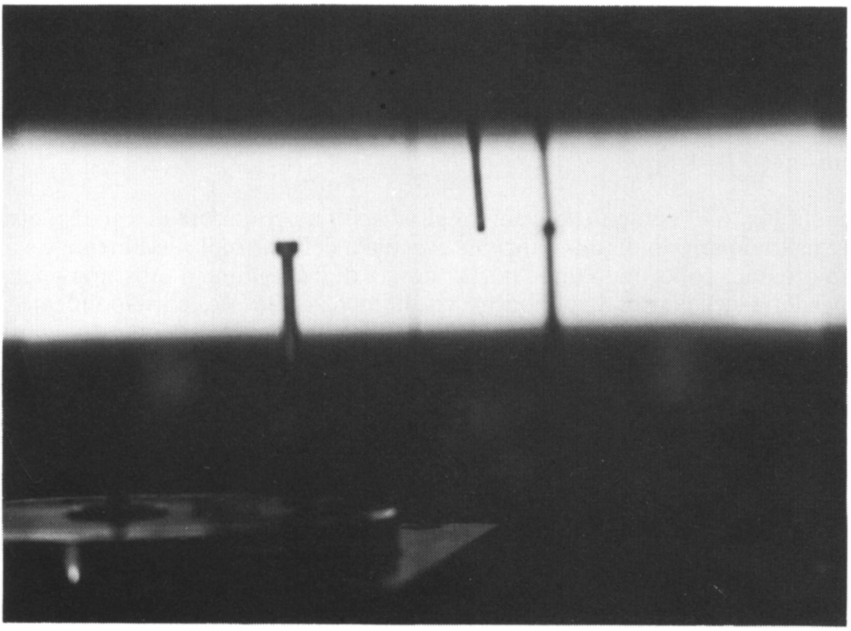


Fig. 6.18 Particolare di indici e ombre

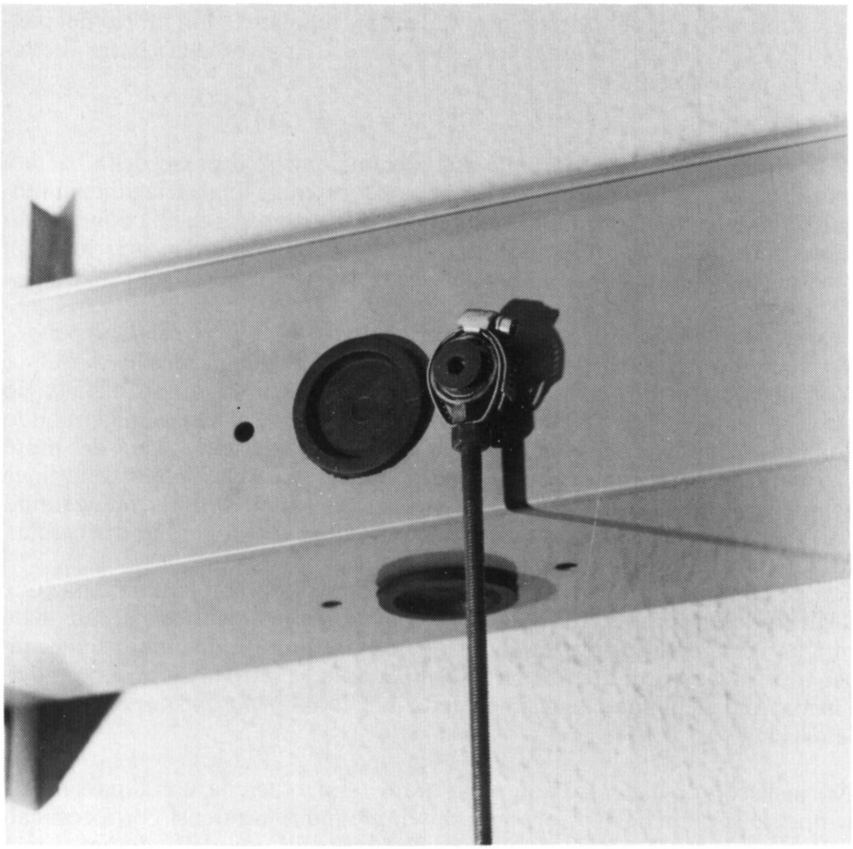


Fig. 6.19 Supporto del pendolo

La Fig. 6.19 mostra il supporto del pendolo costituito da un cuscinetto a sfere con foro dell'anello interno di mm 6, vite da mm 6 con dado, due dadi per l'asta del pendolo e un anello "serflex". L'asta del pendolo è costituita da una barra filettata facilmente reperibile in commercio; la massa del pendolo è costituita da un cilindretto di ottone forato e filettato; ciò rende assai agevole la regolazione in lunghezza; anche il periodo del pendolo è stato misurato mediante il contatore di impulsi, tuttavia la mancanza del contatore non impedisce di giungere a buoni risultati nell'accordare il periodo del pen-

dolo con quello del giradischi. Anzi è conveniente procedere per approssimazioni successive, registrando prima i tempi relativi a 20 oscillazioni del pendolo e a 20 giri del piatto e provvedendo a regolare la lunghezza del pendolo in base alla formula: $L = (T/2\pi)^2 \cdot g$ e al "passo" della barra filettata. Più precisamente va calcolato

$$\Delta L = (T_2 - T_1)(T_2 + T_1) \cdot g/(2\pi)^2$$

dove gli indici si riferiscono alle due misurazioni; se il passo della barra è mm 1, occorre una rotazione di 10° circa per ottenere una variazione in lunghezza di 3 centesimi di millimetro: dunque il sistema di regolazione ha discreta sensibilità; si comprende che non è indifferente avere informazioni precise sul valore di g nel luogo di esecuzione dell'esperimento.

Le ultime regolazioni si eseguono osservando se l'ombra associata al pendolo anticipa o posticipa rispetto a quella dell'indice del giradischi. A questo scopo è necessario ridurre il più possibile l'errore di sfasatura iniziale; ciò richiede un po' di allenamento: si tiene l'asta in E e la si abbandona quando l'ombra dell'indice del giradischi raggiunge E. L'individuazione del moto che anticipa sull'altro va fatta, invece, osservando il passaggio sulla linea centrale perché negli altri punti della traiettoria si potrebbe essere ingannati dalle variazioni di elongazione del pendolo, dovute alla perdita di energia.

È utile che tutto il lavoro di regolazione sia eseguito con la partecipazione degli studenti: il riflettere ad alta voce sulle difficoltà consente di fare della buona fisica; per esempio, quando si perde l'*accordo* fra le ombre agli estremi, a causa della perdita di energia del pendolo, il verificarsi, al centro, dell'incontro delle ombre medesime, mette in rilievo l' *isocronismo* delle piccole oscillazioni.

Anche l'accordo al centro non può durare a lungo perché, con il passare del tempo, la somma degli errori diviene sempre più rilevante; si potrà così calcolare entro quale ordine di grandezza il moto di una delle *ombre* si può confondere con il moto dell'altra.

Quando il laboratorio disponga di una rotaia a basso attrito, una volta eseguito l'esperimento appena sopra descritto, è interessante collocare la rotaia stessa in luogo del giradischi e far oscillare (sempre davanti al pendolo) un carrello ai cui estremi sono applicate due molle costruite con un sottile filo di acciaio; gli altri estremi delle molle vengono fissati rispettivamente ai due capi della rotaia. (Fig. 6.20)

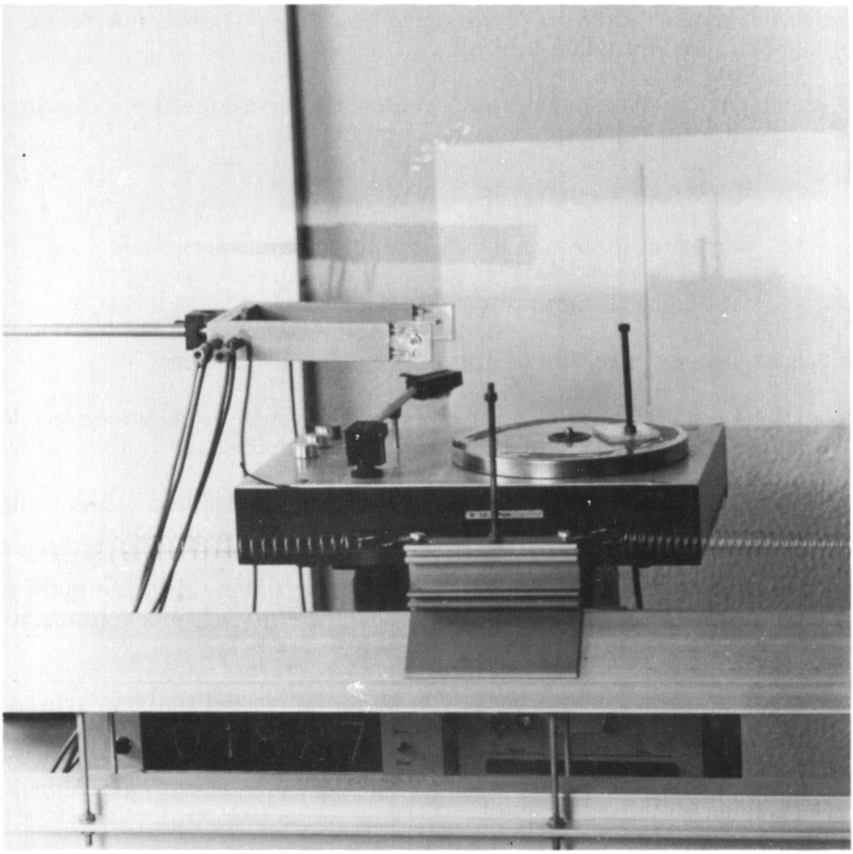


Fig. 6.20

Posto in oscillazione il carrello, se ne regoli il periodo di oscillazione mediante masse aggiuntive (se il periodo è troppo lungo occorre sostituire le molle con altre dotate di maggiore costante di elasticità) fino a ottenere accordo con il moto del pendolo. Il lavoro di regolazione enfatizza il significato della domanda: da che cosa dipende il periodo di oscillazione del carrello? Dalla Fig. 6.20 si intravede che l'ultima misura eseguita sul periodo del carrello è stata di sec 1.827; il pendolo non compare nella fotografia perché non si è ancora passati al confronto fra il suo moto e quello del carrello;

fra l'altro è preferibile confrontare prima le posizioni assunte dall'indice solidale con il giradischi e dall'indice solidale con il carrello. Quando si passerà a confrontare i moti del pendolo e del carrello ci si potrà interrogare in quale dei due è maggiore la perdita di energia.

L'esame degli esperimenti proposti consente osservazioni in più direzioni; per semplificare l'esposizione si indicherà con:

p il moto di un punto del pendolo

c (circolare) il moto dell'indice del giradischi

a (armonico) il moto di un punto del carrello

Ed ecco alcune congetture da sottoporre all'analisi teorica:

a) Il moto **a** (dell'indice del carrello) si può ottenere come proiezione del moto **c** (dell'indice applicato al piatto del giradischi).

b) Il moto **p** è assimilabile al moto **a** ; il moto del pendolo è dunque armonico.

c) Dei tre moti considerati, due (**p**, **a**) sono rettilinei (di fatto i punti di **p** descrivono archi di cerchio che vengono confusi con la corda relativa); il rimanente (**c**) è un moto piano.

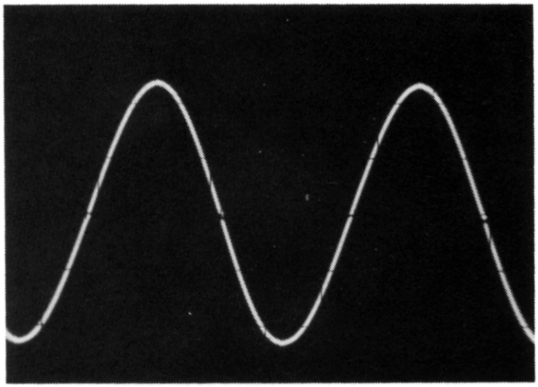
Se si utilizza un secondo proiettore in modo da raccogliere l'immagine su uno schermo, ortogonale al primo schermo, si ottengono due proiezioni dell'indice del giradischi su piani (e quindi su rette) ortogonali fra loro; le due ombre consentono, senza equivoco, di ricostruire la posizione dell'indice nello spazio.

Generalizzando l'esempio: l'analisi di un moto nel piano è riconducibile all'analisi di due moti rettilinei, ottenuti per proiezione. E, inversamente, se si compongono moti rettilinei su assi ortogonali, si ottiene un moto nel piano (l'argomento è ripreso nel Capitolo 8 alla pagina che precede gli esercizi).

Vi sono altri comportamenti assimilabili a quelli degli esperimenti sopra citati? Molto utile a questo proposito l'oscilloscopio, sia per l'analisi di suoni emessi da un diapason (tradotti in impulsi elettrici mediante un microfono), sia per l'analisi di tensioni alternate prodotte da un generatore di frequenze. La presenza dell'onda sinusoidale non appare come novità, se si rammenta la Fig. 5.21, relativa a un esperimento non descritto, ma lasciato all'immagi-

nazione del lettore. Risulta comunque efficace, per completare il collegamento concettuale tra i fenomeni, fotografare un sottile pennello luminoso emesso da un circuito sistemato sul carrello, ora liberato dalle molle necessarie per l'esperimento precedente, e dotato di moto uniforme, mentre la macchina fotografica, utilizzata come massa di un pendolo, sta oscillando (con otturatore aperto) in direzione ortogonale alla rotaia.

La strumentazione utile a questo scopo è già stata presentata al Capitolo 5; si rivedano le Figg. 5.22 e 5.23 e, per la rotaia, anche la Fig. 6.20. Il fotogramma in basso a sinistra di Fig. 5.27 riproduce una delle riprese fotografiche dell'esperimento.
Tale immagine fotografica che si ottiene per composizione del moto del pendolo con un moto uniforme in direzione ortogonale è assimilabile dunque alla seguente (Fig. 6.21) ottenuta sullo schermo dell'oscilloscopio quando si analizza una tensione sinusoidale (ad esempio la tensione di rete) applicata all'asse verticale mentre il pennello luminoso descrive l'asse orizzontale, con moto uniforme. Infatti, l'asse sul quale si svolge un moto uniforme può essere pensato, data la proporzionalità fra spazio e tempo, come asse dei tempi.



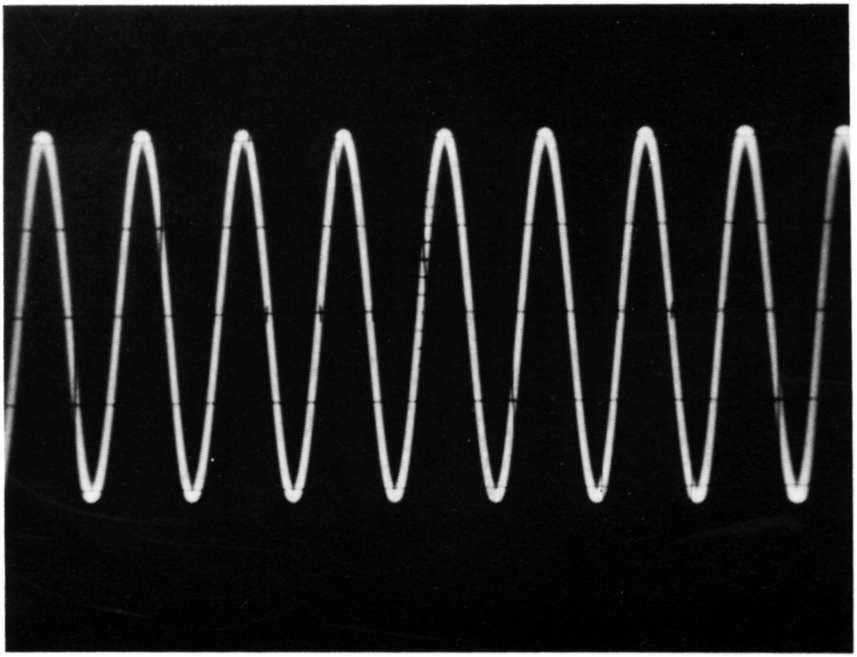


Fig. 6.21

Mettere in luce che fenomeni, a prima vista molto diversi, possono essere ricondotti a un unico schema interpretativo è di grandissimo interesse, soprattutto perché dà una prima indicazione intelligibile (qualche studente direbbe "concreta") di che cosa significhi "fare della astrazione".

Si proponga ai ragazzi di studiare il moto di un corpo di massa m, agganciato a una molla di costante k, fatto oscillare lungo la verticale; il moto inizia quando si lascia libero il corpo dopo averlo tirato verso il basso. Nel caso in esame, alla forza elastica si somma la forza gravitazionale; il moto è ancora armonico? Come eseguire un confronto con la proiezione del moto circolare uniforme? Una volta eseguiti gli esperimenti, si interpretino i risultati alla luce delle leggi della dinamica.

A parte le interpretazioni teoriche che ogni insegnante svilupperà come meglio riterrà opportuno, l'autore si permette di suggerire, per gli studenti, l'esecuzione di svariati esercizi sulla scomposizione e sulla composizione di moti. È possibile, ad esempio, creare l'occasione perché gli studenti scoprano le novità connesse alla ricomposizione di moti armonici di uguale frequenza, ma con differenti angoli di fase; come debbono essere sfasati i moti fra di loro per "ricomporre" la circonferenza? Le carte armoniche (citate nel Capitolo 8) aiuteranno a chiarire le idee. Anche le "variazioni" di frequenza ottenute con l'artificio del doppio passo (si veda la Fig. 8.5) aprono la strada a significativi approfondimenti. Tutto il materiale per esercizi siffatti è presentato nel Capitolo 8.

Un ambito di esercitazioni, certamente istruttive, consiste nell'osservare qualche proprietà delle figure ottenute per composizione di due moti e nel dedurre la giustificazione di essa dalle leggi orarie dei moti componenti. È utile, inoltre, acquisire agilità nel ricavare, nei casi più semplici, l'equazione cartesiana dalle equazioni parametriche e abituarsi a "leggere" le proprietà sull'equazione cartesiana del luogo (traiettoria).

Le proposte sopra indicate vengono chiarite mediante gli esempi seguenti.

1. L'ellisse ruota!

Quando si osserva all'oscilloscopio la curva descritta dal pennello luminoso, ottenuta sottoponendo il fascio elettronico a due campi elettrici sinusoidali, ortogonali fra loro, si ha la sensazione di una rotazione, sullo schermo, della curva medesima. Il movimento, che qualche volta può essere ridotto a una fluttuazione, è praticamente ineliminabile (se si attinge a campi distinti) a causa delle piccole variazioni di frequenza nel tempo, che, somman-

dosi, producono sfasature differenti per ogni "giro". Molti osservano: l'ellisse ruota! Ebbene, *se le ampiezze lungo i due assi sono uguali* , si dimostra che le curve sono sì delle ellissi ma non ruotano affatto: i loro assi mantengono una direzione fissa e precisamente quella delle bisettrici degli assi coordinati.

Infatti, scelta l'origine del "tempo" in modo che l'equazione del moto lungo l'asse x sia:

$$x = r \cdot \sin(2\pi f \cdot t)$$

l'equazione lungo l'asse y sarà:

$$y = r \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \varphi)$$

da cui, tenendo conto delle formule di addizione del seno e della nota identità goniometrica, si ottiene:

$$x^2 - 2xy \cdot \cos\varphi + y^2 = r^2 \sin^2\varphi \tag{6.8}$$

Questa, per $\varphi = \pi/2$, è l'equazione di una circonferenza; si ritrova così l'angolo di fase che consente di ricomporre il moto circolare da cui si possono pensare generati, per proiezione, i due moti in esame.

Se $\varphi = 0$ si ottiene

$$(x - y)^2 = 0,$$

equazione di una retta doppia; sono da considerare, però, solo i punti tali che

$$-r < x < r \qquad -r < y < r$$

come risulta dalle equazioni parametriche del luogo. Nel caso generale (φ qualunque) la (6.8) è l'equazione di una conica avente centro di simmetria in O: infatti l'equazione è invariante per la sostituzione

$$(x, y) \rightarrow (-x, -y).$$

Intersecando la curva di equazione (6.8) con rette per O risulta che l'equazione risolvente ammette soluzioni per qualunque retta scelta e ciò conferma che il luogo del secondo ordine è precisamente una ellisse (eventualmen-

Per ottenere la lunghezza degli assi, basta calcolare i raggi delle circonferenze aventi centro in O e tangenti all'ellisse. Indicato con R il raggio, tenendo conto della (6.8), dovrà essere

$$x^2 + y^2 = R^2$$

$$xy = \frac{R^2 - r^2\sin^2\varphi}{\cos\varphi}$$

eliminando la y ed ordinando per potenze decrescenti di x, si ottiene

$$x^4 - R^2x^2 + \frac{(R^2 - r^2\sin^2\varphi)^2}{(2\cos\varphi)^2} = 0 \ ;$$

si riconosce immediatamente che il primo membro dell'equazione è un quadrato quando:

$$(6.9) \qquad \left(\frac{1}{2}R^2\right)^2 = \frac{(R^2 - r^2\sin^2\varphi)^2}{(2\cos\varphi)^2}$$

ossia:

$$(6.10) \qquad R_1^2 = r^2(1 - \cos\varphi) \qquad \text{vel} \qquad R_2^2 = r^2(1 + \cos\varphi)$$

Se la (6.9) è soddisfatta, l'equazione biquadratica ha soluzione:

$$x^2 = \frac{1}{2}R^2 \qquad \text{da cui segue:} \qquad y^2 = \frac{1}{2}R^2 \ ;$$

e da queste, dividendo membro a membro:

$$\left(\frac{y}{x}\right)^2 = 1$$

È dimostrato con ciò che le direzioni degli assi dell'ellisse non dipendono da φ ; tali direzioni sono date dalle bisettrici degli assi coordinati. Osservando nuovamente le ellissi all'oscilloscopio si vede bene che sono in gioco soltanto delle deformazioni e non delle rotazioni.

2. Calcolo dell'angolo di sfasatura a partire dalla traiettoria

Ricavando cos φ dalle (6.10) si ottiene:

$$\cos \varphi = \frac{R_2^2 - R_1^2}{2r^2}$$

Ciò significa che, misurando con il compasso i raggi delle circonferenze tangenti, si ottiene facilmente φ . Qual è il legame tra cos φ ed eccentricità dell'ellisse?

Un altro metodo significativo per il calcolo di φ (utilizzato - nelle misure con l'oscilloscopio - per la determinazione della sfasatura di due segnali sinusoidali dotati della stessa frequenza) consiste nel misurare il diametro orizzontale dell'ellisse e la elongazione; infatti lo spostamento orizzontale si ottiene per $y=0$, cui corrisponde

$$2\pi f \cdot t = -\varphi, \qquad 2\pi f \cdot t = \pi + \varphi$$

e di conseguenza

$$x_1 = -r \cdot \sin \varphi, \qquad x_2 = r \cdot \sin \varphi$$

In conclusione:

$$\sin \varphi = \frac{x_2 - x_1}{2r}$$

Vale la pena di proporre esercizi su stampati ottenuti con il programma *Composizione di moti su assi ortogonali* ; i risultati delle misure rilevate sulla traiettoria si possono confrontare con quelli ottenuti dalle leggi orarie.

3. Calcolo del rapporto fra le frequenze a partire dalla traiettoria

Il rapporto fra le frequenze dei due moti eguaglia il rapporto inverso dei periodi e questi possono essere misurati sui grafici delle leggi orarie. Dalla semplice osservazione della traiettoria è possibile ricavare informazioni sul rapporto delle frequenze?

Si osservi, per fissare le idee, la Fig. 6.22.

COMPOSIZIONE DI MOTI

SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 28-09-1986 Ora: 11:25:05**

Asse X: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 2
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 0

Asse Y: S=Asin(2πft+θ)

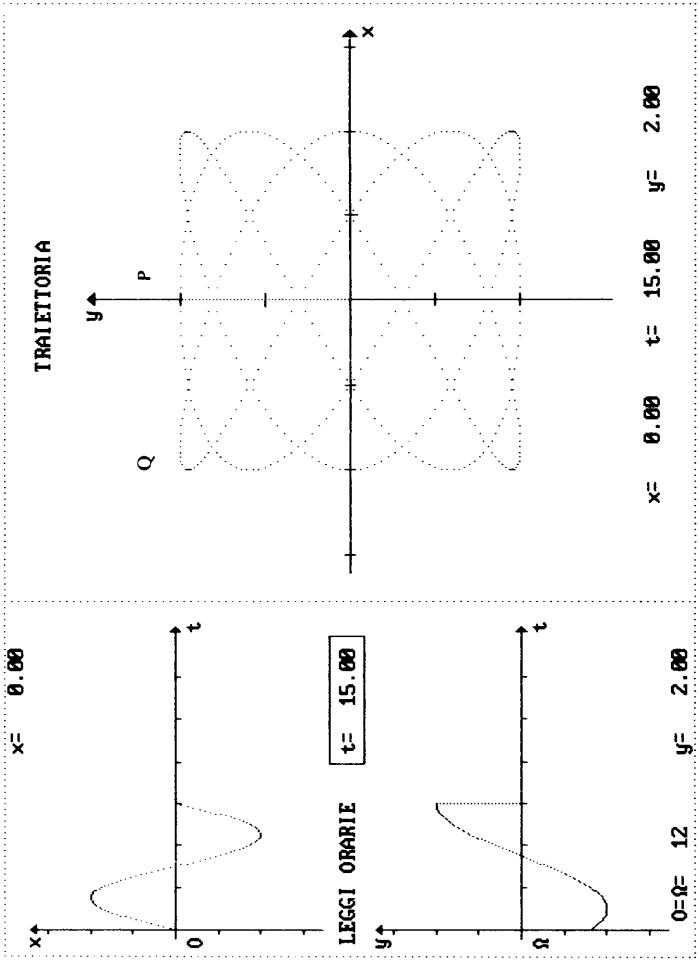
Elongazione	A = 2
Frequenza	f = .2
Fase iniziale	θ = 1.570796

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	2
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Calcolare il rapporto fra le frequenze esaminando soltano l'equazione della traiettoria.

Fig. 6.22/1

GRAFICI Data: 28-09-1986 Ora: 11:25:05



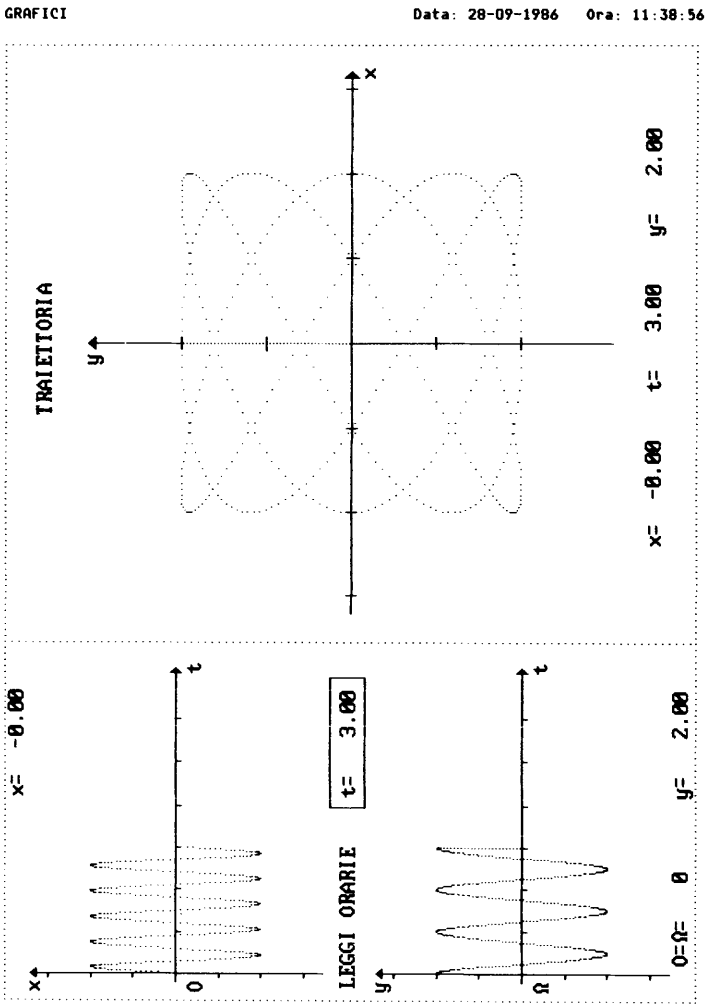
Calcolare il rapporto fra le frequenze esaminando soltano l'equazione della traiettoria.

Fig. 6.22/2

Scelto il massimo sull'asse y, si consideri un punto in cui tale massimo viene assunto: ad esempio il punto P(0,2). Si percorra ora la traiettoria a partire da P, in uno dei due versi fino a raggiungere il punto Q nel quale y raggiunge nuovamente il massimo: con ciò la y ha assunto tutti i suoi valori due volte mentre la x ha assunto i suoi valori due o tre volte il che significa che la frequenza del moto lungo l'asse x supera la frequenza del moto lungo l'asse y. Per stabilire il valore del rapporto fra le frequenze conviene, a partire da P, calcolare quante oscillazioni complete occorrono lungo l'asse y per ritornare a P e quante ne occorrono lungo l'asse x. Nel caso in esame le oscillazioni complete lungo l'asse y, per ritornare a P, sono 3 (l'oscillazione è completa solo quando viene assunto nuovamente il valore massimo per y); quelle lungo l'asse x sono 5 (l'oscillazione è completa solo quando x=0 viene assunto per la terza volta). Il rapporto f_x/f_y è dunque uguale a 5/3. Il confronto fra la Fig. 6.22 e le seguenti è istruttivo.

```
                    COMPOSIZIONE DI MOTI
                    SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI                                   Data: 28-09-1986   Ora: 11:38:56
------------------------------------------------------------------------------
Asse X:   S=Asin(2πft+θ)

   Elongazione              A = 2

   Frequenza                f = 1.666667

   Fase iniziale            θ = 0
------------------------------------------------------------------------------
Asse Y:   S=Asin(2πft+θ)

   Elongazione              A = 2

   Frequenza                f = 1

   Fase iniziale            θ = 1.570796
------------------------------------------------------------------------------
Precisione su               STAMPANTE

Tracciamento per            PUNTI

Ingrandimento               2

Incremento temporale        .2 /30= 6.666667E-03
------------------------------------------------------------------------------
Calcolare il rapporto fra le frequenze esaminando soltano l'equazione della
traiettoria.
```

Fig. 6.23/1



Calcolare il rapporto fra le frequenze esaminando soltano l'equazione della traiettoria.

Fig. 6.23/2

COMPOSIZIONE DI MOTI

SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 28-09-1986 Ora: 11:33:21**

Asse X: $S=A\sin(2\pi ft+\theta)$

Elongazione	A = 2
Frequenza	f = .2380952
Fase iniziale	θ = 0

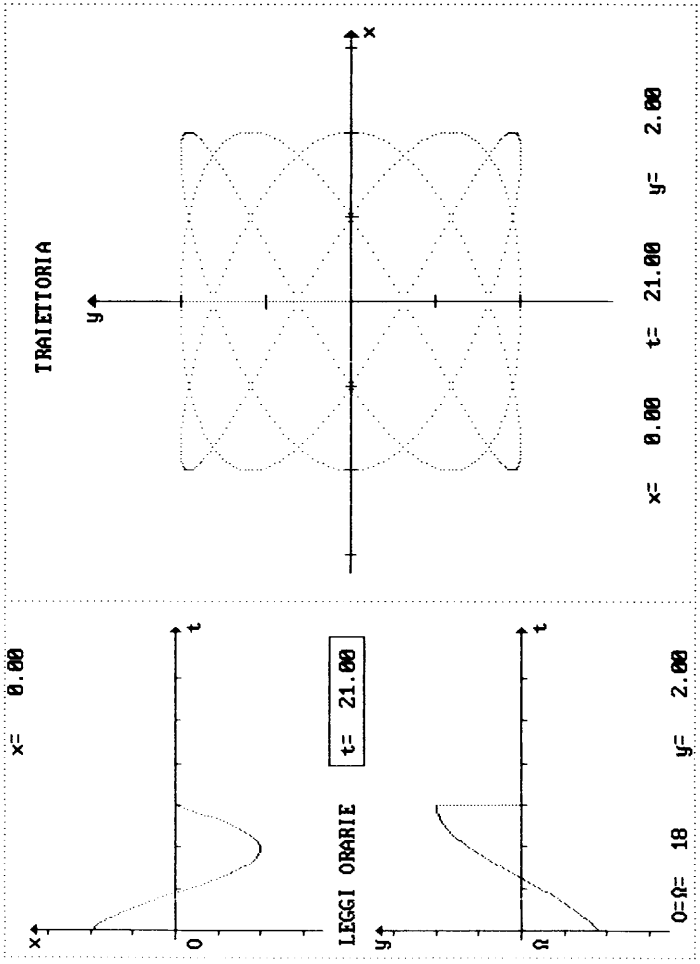
Asse Y: $S=A\sin(2\pi ft+\theta)$

Elongazione	A = 2
Frequenza	f = .1428571
Fase iniziale	θ = 1.570796

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	2
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Calcolare il rapporto fra le frequenze esaminando soltano l'equazione della traiettoria.

Fig. 6.24/1



Calcolare il rapporto fra le frequenze esaminando soltanto l'equazione della traiettoria.

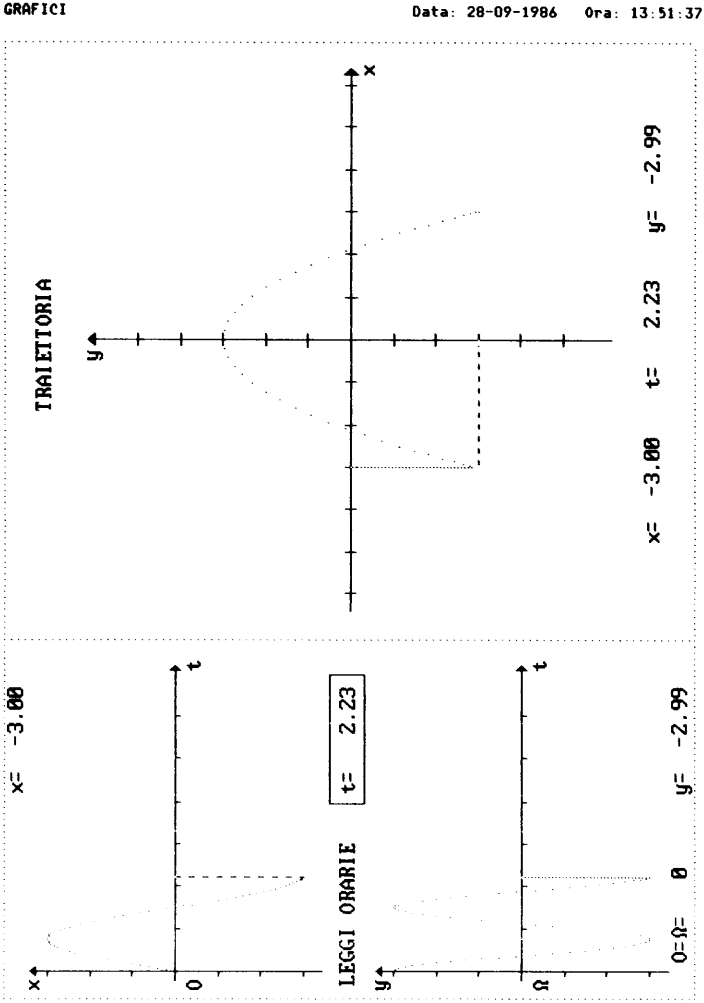
Fig. 6.24/2

4. Il caso di una frequenza doppia dell'altra

Applicando le formule goniometriche di duplicazione si ottiene subito che, se la sfasatura è di $\pi/2$, la traiettoria è una parabola. Vale la pena di far osservare che la situazione è molto diversa da quella delle parabole di lancio considerate nel *primo argomento di lezione* (p. 6-1) come si vede dalla legge oraria che comporta, sulla traiettoria, una diversa distribuzione di punti (sempre ottenuti operando con incremento temporale costante).

```
                    COMPOSIZIONE DI MOTI
                    SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI                                   Data: 28-09-1986   Ora: 13:51:37

Asse X:   S=Asin(2πft+θ)

   Elongazione              A = 3

   Frequenza                f = .3333333

   Fase iniziale            θ = 0

Asse Y:   S=Asin(2πft+θ)

   Elongazione              A = 3

   Frequenza                f = .6666667

   Fase iniziale            θ = 1.570795

Precisione su               STAMPANTE

Tracciamento per            PUNTI

Ingrandimento               1

Incremento temporale        1 /30= 3.333334E-02

Confrontare  traiettoria e leggi orarie con quelle della tavola 5.17.
```

Fig. 6.25/1



Confrontare traiettoria e leggi orarie con quelle della tavola 5.17.

Fig. 6.25/2

COMPOSIZIONE DI MOTI

SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 28-09-1986 Ora: 14:12:00**

Asse X: $S=S'+Vt$

Posizione iniziale	$S'=-3$
Velocità	$V = 2$

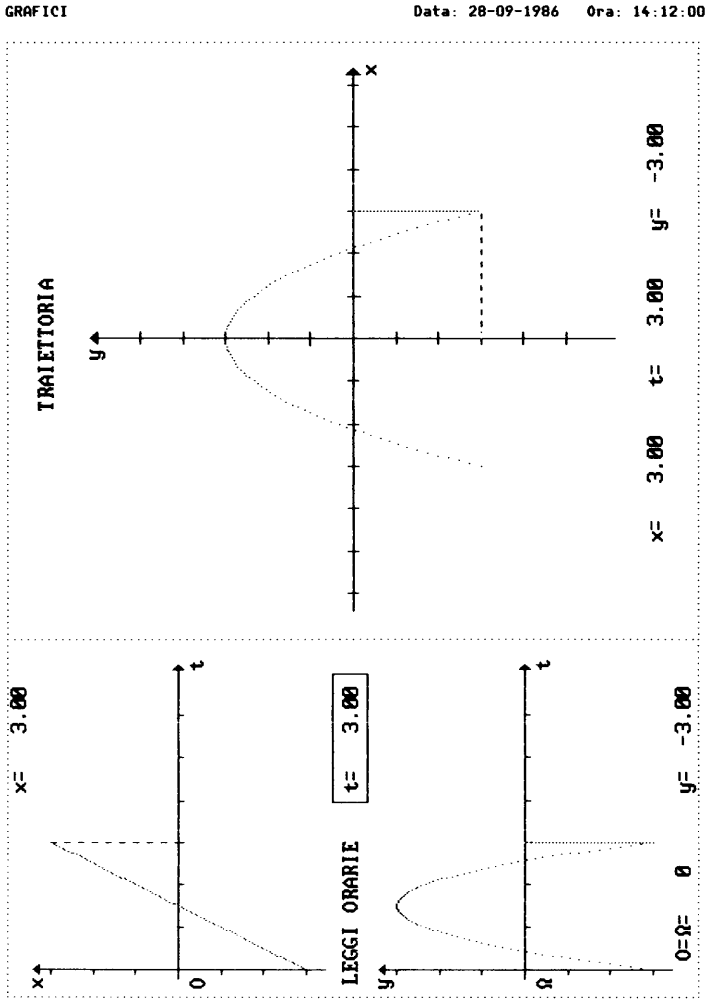
Asse Y: $S=S'+V't+\frac{1}{2}At^2$

Posizione iniziale	$S'=-3$
Velocità iniziale	$V'= 8$
Accelerazione	$A =-5.333334$

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	1
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Confrontare traiettoria e leggi orarie con quelle della tavola 5.16.

Fig. 6.26/1



Confrontare traiettoria e leggi orarie con quelle della tavola 5.16.

Fig. 6.26/2

Altra osservazione: se si scambiano fra loro gli angoli di fase dei due moti, si ottengono traiettorie differenti come risulta, con grande evidenza, dalle esecuzioni del programma *Composizione di moti armonici su assi ortogonali.* Si invitino gli studenti a trovare una giustificazione teorica della circostanza segnalata.

5. Ancora sul comporre e scomporre

Si osservi la curva assunta dalla pelle di salame quando, staccata dalla fetta e tagliata trasversalmente, è disposta su un piano: si tratta di una curva nota?

Le Figg. A.7, A.8, A.9, A.10 (v. Appendice) sono state disegnate con un plotter per avere maggiore nitidezza; si fotocopino su trasparente e si arrotolino a formare dei cilindri, avendo cura di far coincidere la retta AB con una delle sue parallele tracciate nel disegno. Si osservi, a opportuna distanza, l'andamento assunto dalle curve e dalla loro proiezione su uno schermo (ottenuta illuminando il cilindro con un proiettore). Si farà una scoperta interessante. Come si modifica la figura proiettata sullo schermo quando si fa ruotare il cilindro intorno al proprio asse? Quale giustificazione si può dare del risultato ottenuto?

Le Figg. 8.20, 8.21 e 8.22 illustrano alcune realizzazioni dei suggerimenti dati; l'interpretazione teorica non è difficile.

6. Altri esempi

Chi volesse sviluppare altri argomenti sul tema della lezione troverà qualche suggerimento al § *Esercizi e complementi* (Capitolo 8).

7. QUALCHE IDEA PER GLI STUDENTI

Le idee contenute nel presente Capitolo prendono spunto da proposte di osservazione e di "ricerca" che l'autore ha suggerito qualche anno fa ad alcuni studenti, come esempio rudimentale di simulazione. Agli studenti aveva proposto di confrontare le oscillazioni di un pendolo con le oscillazioni di un disco luminoso fatto muovere di moto armonico sullo schermo di un calcolatore M20. Nello sviluppo del corso non si era ancora giunti a spiegazioni sull'argomento; per parte loro gli studenti dissero di non aver letto nulla in proposito. Essi potevano cambiare massa e lunghezza del pendolo e potevano inoltre scegliere, per le esecuzioni del programma, i valori di alcuni parametri che verranno specificati in seguito.

COSTRUZIONE DI UN PENDOLO

Il pendolo venne costruito praticando tre forellini equidistanti fra loro e dal centro di un disco di metallo avente il diametro di una moneta da 100 lire. Il capo di ogni filo era fissato al disco tramite uno dei fori; dall'altro capo un cilindretto di gomma provvedeva a radunare i tre fili e consentiva di ottenere rapidamente, mediante scorrimento, le variazioni di lunghezza desiderate. L'idea di utilizzare tre fili così disposti consentiva di risolvere due problemi in modo sufficientemente agile:

a. variare la massa del pendolo mettendo in pigna, sul piattello, delle monete da 100 lire; i tre fili erano sufficienti per evitare la caduta delle monete dal piattello durante l'oscillazione. Nasce subito una domanda: quando si aggiungono le monete, varia solo la massa oppure anche la lunghezza del pendolo?

b. evitare l'inconveniente che si incontra quando ci si serve di un solo filo e cioè la rotazione del corpo oscillante dovuta alla torsione del filo stesso, con le conseguenze a tutti note.

Il supporto per il pendolo venne costruito mediante aste componibili, in dotazione al laboratorio di fisica; per assicurare ad esso i fili era sufficiente forzarli in una fessura longitudinale praticata in un tondino di legno, solidale con la struttura.

Il vantaggio, nella costruzione di un simile dispositivo, è la rapidità con cui si giunge a un risultato sufficiente per le prime prestazioni. Chi preferisce regolare con maggiore precisione la lunghezza del pendolo può tenere presente le fotografie di Figg. 6.17 e 6.19, con la relativa descrizione presentata nel secondo esempio del Capitolo 6.
La fotografia di Fig. 7.1 presenta il pendolo descritto in questo paragrafo.

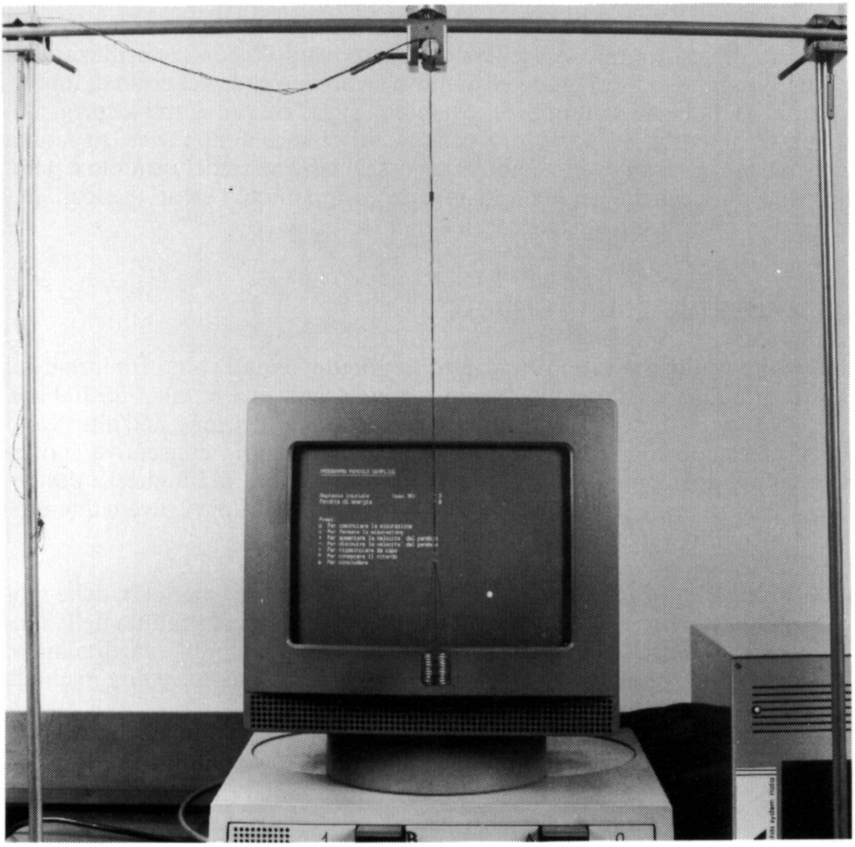


Fig. 7.1

COSTRUZIONE DI UN PROGRAMMA CHE SIMULI IL MOTO DI UN PENDOLO

Il programma utilizzato dagli studenti per gli esperimenti cui si è accennato consentiva di variare la frequenza e l'ampiezza all'inizio del moto e di controllare, con un parametro, la perdita di energia. Il programma permetteva inoltre, intervenendo durante la sua esecuzione su specifici tasti, di imporre piccole variazioni ai valori dei parametri.

Anche il programma *Composizione di moti su assi ortogonali*, pur non essendo costruito per il medesimo scopo, può dare una percezione visiva del moto di un pendolo; basta infatti sfruttare opportunamente la comparsa e successiva scomparsa del segmento che proietta il punto mobile. Se il lettore ripeterà l'esecuzione illustrata dalla Fig. 7.2 potrà seguire le oscillazioni del segmento luminoso; è istruttivo vedere che cosa accade quando si aumenta la frequenza, senza modificare l'incremento temporale.

COMPOSIZIONE DI MOTI

SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 24-09-1986 Ora: 13:05:21**

Asse X: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 3
Frequenza	f = .3333333
Fase iniziale	θ = 0

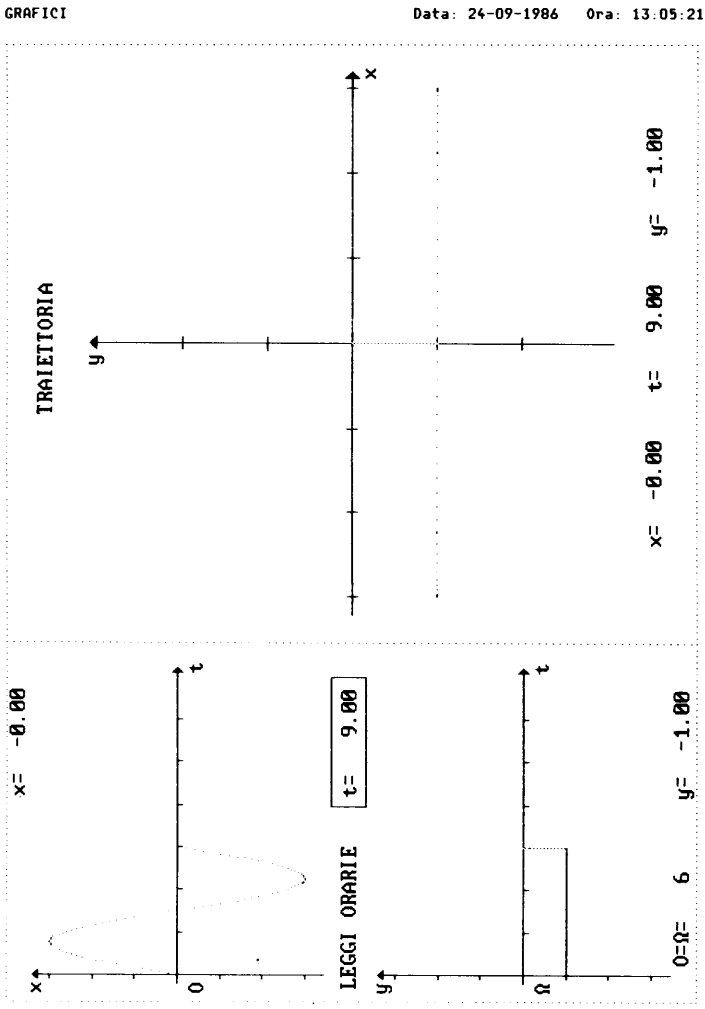
Asse Y: S=S'+Vt

Posizione iniziale	S'=-1
Velocità	V = 0

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	2
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Simulazione del moto di un pendolo: si osservi il moto dell'indice verticale durante un esecuzione attivata con questi parametri o con frequenza modificata.

Fig. 7.2/1



Simulazione del moto di un pendolo: si osservi il moto dell'indice verticale durante un esecuzione attivata con questi parametri o con frequenza modificata.

Fig. 7.2/2

Per ottenere una animazione più soddisfacente, si può accedere a una versione semplificata del programma impiegato su M20, in riferimento all'esperimento sopra citato. A questo scopo basta premere, nell'ordine, i tasti:

[ESC] (per la tabella delle opzioni)

[t] (per terminare)

[p]

Le Figg. 7.3, 7.4 mostrano ciò che compare sullo schermo quando si preme un tasto per arrestare l'esecuzione del programma [p]. Si segnala che per accedere poi a nuove esecuzioni il tasto da premere dovrà essere diverso da [t], poiché [t] comporta l'uscita dal programma.

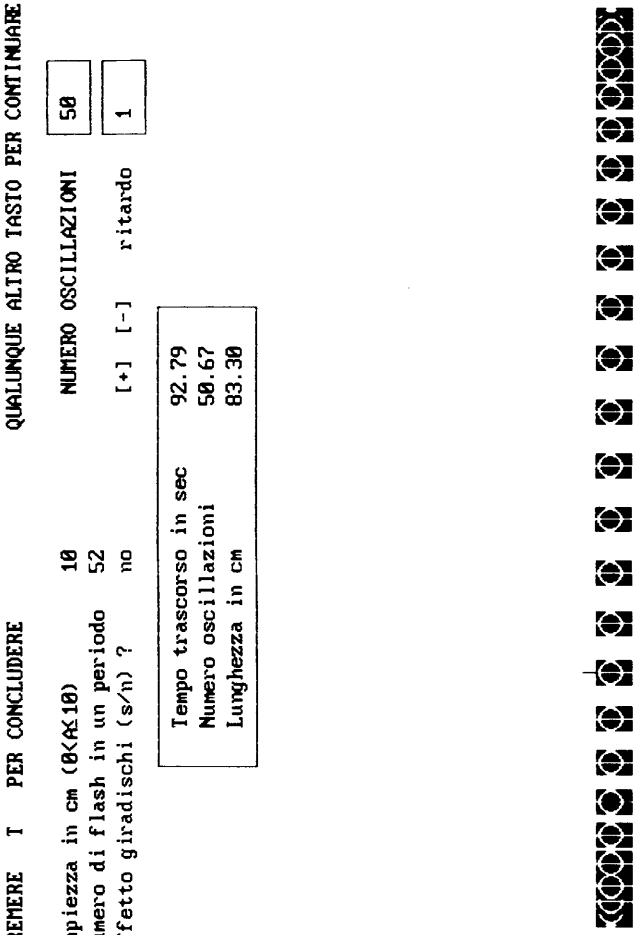

PREMERE T PER CONCLUDERE
QUALUNQUE ALTRO TASTO PER CONTINUARE
ampiezza in cm (0<A≤10) 10
numero di flash in un periodo 52
effetto giradischi (s/n) ? no
NUMERO OSCILLAZIONI 50
[+] [-] ritardo 1
Tempo trascorso in sec 92.79
Numero oscillazioni 50.67
Lunghezza in cm 83.30

Fig. 7.3

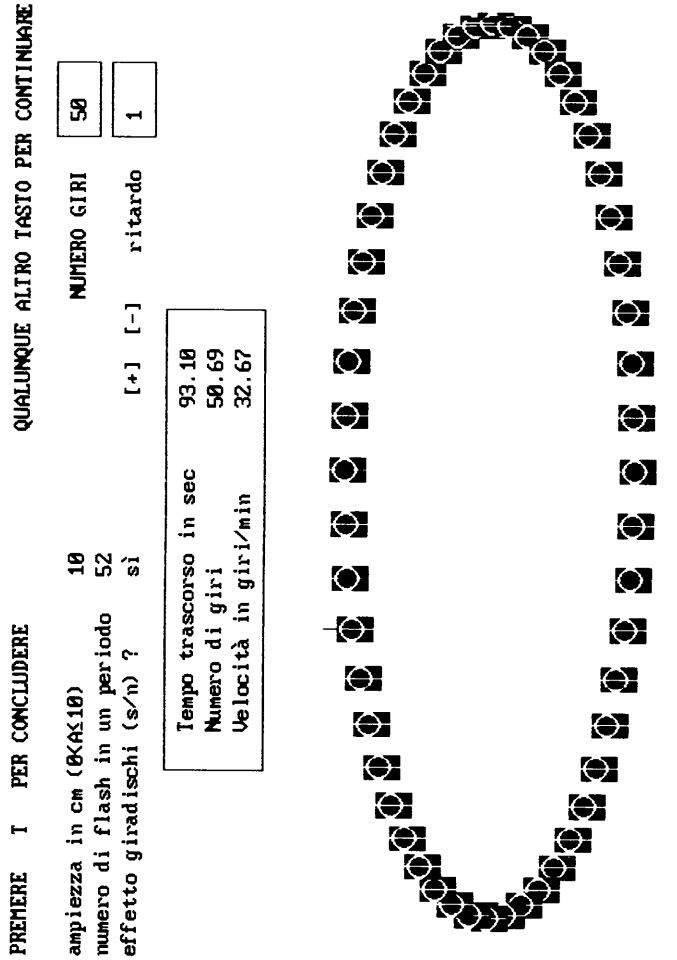


Fig. 7.4

Anche chi non sa programmare può fare dei tentativi: lo si vorrebbe aiutare esponendo il significato di alcune istruzioni che lasciamo alla sua iniziativa organizzare in una sequenza opportuna e arricchire, in fasi successive, fino a ottenere un risultato adatto alla simulazione.

Un suggerimento: nella prima stesura del programma ci si limiti a ciò che è essenziale; soltanto quando la versione più semplice funziona, si passi a versioni più articolate redatte allo scopo di controllare la perdita di energia: nella verifica con un pendolo fisico si dovrà badare all'isocronismo delle oscillazioni invece che alla effettiva loro sovrapposizione; d'altra parte una verifica con un giradischi (si veda il prossimo paragrafo, rammentando anche le indicazioni date nel Capitolo 6 a proposito del *secondo argomento di lezione*) è già molto istruttiva e non richiede (in prima approssimazione) di tenere conto di variazioni di energia.

Si riporta di seguito il significato di alcune istruzioni con le quali comporre un primo tentativo di programma; si dovrà provvedere a introdurre in testa a ciascuna, un numero d'ordine di esecuzione.

SCREEN 3:'	oppure SCREEN 2 (ma allora vanno dimezzati i valori delle ordinate arrotondandoli all'intero superiore). Questa istruzione è indispensabile per ottenere figure sullo schermo.
LINE (1,1)-(21,8),1,BF:'	(per disegnare un rettangolo nell'angolo in alto a sinistra dello schermo)
DIM G%(56):GET(1,1)-(21,8),G%:'	(per memorizzare il rettangolo disegnato con l'istruzione precedente)
CLS:'	(per cancellare lo schermo)
PUT(X,Y),G%:'	(per far comparire sullo schermo la figura memorizzata)
PUT(X,Y),G%,PRESET:'	(per cancellare dallo schermo la figura)
FOR I=1 TO R:B=B:NEXT:'	(per introdurre un ciclo di ritardo tra accensione e spegnimento della figura; evidentemente occorre assegnare a R un valore numerico)
INPUT A:'	(per poter assegnare un valore al parametro A quando si passa all'esecuzione)
X=A•SIN(T)+320:Y=340:'	(X, Y coordinate del punto mobile)
T=T+DT:'	(per incrementare il valore di T; evidentemente occorre assegnare all'inizio dell'esecuzione un valore a DT)

GOTO ...:' (istruzione di salto già vista nelle prime pagine del Capitolo 5; in luogo dei puntini va messo il numero di linea, a cui saltare)

Per misure di tempo e per chiarimenti concernenti le istruzioni sopra citate converrà consultare il manuale del GW-BASIC.

MISURE E VERIFICHE

I parametri delle Figg. 7.3, 7.4 sono stati scelti per verificare l'accordo tra il moto della figura luminosa sullo schermo con il moto della proiezione sullo schermo di un cilindretto di carta collocato sul piatto di un giradischi (in analogia a quanto compare sulla fotografia di Fig. 6.17). Chi volesse ripetere l'esperimento dovrà tenere conto che:

1. È bene operare in due persone: uno che si occupi di avviare il giradischi e, al momento "giusto", il programma; l'altro che fa le osservazioni avendo cura di collocare il proprio punto di vista a una quota dalla quale si veda il giradischi di profilo, centrato sullo schermo, e a una distanza sufficiente per evitare l'errore di parallasse.

2. I dati si riferiscono alla velocità angolare di 33.3 giri/minuto primo e ad una esecuzione su M24. L'uso di altri calcolatori può richiedere scelte di valori sensibilmente diverse. Anche la velocità del giradischi che viene impiegato va controllata con attenzione, organizzando il sistema di misure in modo critico; dalla Fig. 7.4 risulta che per ottenere un buon isocronismo nell'esperimento effettivamente eseguito, si sono scelti valori dei parametri per i quali la velocità è risultata essere 32,67 giri/minuto.

L'esperimento proposto con il giradischi è istruttivo perché:

a. rende evidente, per la verifica, la necessità dell'accordo di fase (iniziale);

b. mostra che una differenza di frequenza tra i due moti armonici produce, nel tempo, grandi sfasature;

c. dà un esempio di "battimenti";

d. fa intuire che, quello della misura del tempo, deve essere stato un problema estremamente arduo da risolvere: infatti, *è la somma degli errori che conta.*

Ed ora alcune domande e alcune proposte:

Qual è l'ordine di grandezza dell'errore registrato ripetendo l'esperimento sopra descritto?

Scrivere qual è, in secondi al mese, l'errore previsto per un giradischi (considerato qui come orologio) sul quale sono state effettivamente eseguite delle misure.

Indicare l'ordine di grandezza dell'errore di orologi di cui si possa garantire che non sbagliano di oltre:

— 1 ora al mese
— 1 minuto al mese
— 1 secondo al mese
— 1 secondo all'anno
— 1 secondo ogni anno platonico (l'anno platonico è il periodo di rotazione del polo celeste intorno al polo dell'eclittica ed equivale a circa 26000 anni).

Esistono orologi che rientrano nelle varie categorie di precisione elencate? Quando sono stati costruiti?

Il programma [p] non stampa, fra i dati, il valore che è stato assunto per la accelerazione di gravità **g** : calcolare tale valore, ricavandolo da quelli che compaiono nel riquadro, al termine di una esecuzione.

Concluse le misure su un pendolo fisico e avendo utilizzato per i confronti il programma [p], quali problemi andrebbero affrontati? Formulare un elenco.

Come si influenzano reciprocamente i vari parametri che interessano il moto del pendolo?

Come si influenzano reciprocamente i vari parametri che interessano le esecuzioni al calcolatore?
Quali congetture si possono fare in proposito?

Discutere con i compagni del gruppo di lavoro i risultati ottenuti e mettere per iscritto le conclusioni della discussione.

Un pendolo e un metronomo possono essere considerati equivalenti agli effetti dei vari risultati degli esperimenti eseguiti?

Progettare nuovi esperimenti prendendo spunto da quelli sopra accennati.

8. MATRICI PER VERIFICHE ED ESERCIZI

MATRICI PER VERIFICHE ED ESERCIZI

Si è detto, con insistenza, che bisogna far lavorare gli studenti con le mani (Capitolo 5) perché, *se il lavoro è accompagnato dalla riflessione*, essi conseguono una più profonda intelligenza dei problemi.

Come lavoro manuale si può proporre la costruzione di *carte* rettangolari il cui passo segue, su ciascun asse, una delle leggi del moto cosiderate nel programma *Composizione di moti su assi ortogonali.* Gli studenti vengono a conoscere così carte diverse dall'abituale carta millimetrata; il discorso andrebbe poi ampliato, oltre gli esempi citati, per parlare di carte logaritmiche, semilogaritmiche, polari ecc.

Nel caso della costruzione di *carte armoniche*, invece di ricorrere al calcolo di funzioni goniometriche, conviene proporre (perché più istruttivo) il procedimento di suddividere una circonferenza in parti uguali e di proiettare su un diametro i punti di divisione.

A partire dalle carte in oggetto si possono *manualmente* comporre i moti: basta scegliere in modo opportuno i punti di incrocio ed evidenziarli (la carta originale va sempre rispettata perché consente, tramite fotocopie, di produrre poi le matrici per uno svariato numero di esercizi).

Le Figg. 8.1 - 8.5 (si vedano anche le Figg. 5.10, 5.11 e 5.12) non sono altro che fotografie di pannelli di polistirolo espanso sui quali è stata applicata una *carta* formato A3, disegnata con un plotter; nei punti di incrocio del reticolo sono stati infilati spilli da sarto con capocchia colorata. L'uso di spilli con testa sferica consente di *far vedere* anche i moti componenti. Collocato, infatti, un pannello su un tavolo, se lo si guarda dall'alto si vede la traiettoria del moto composto formata dalla sequenza delle capocchie; se lo si guarda di profilo, lungo ciascuno dei due assi cartesiani, le capocchie appaiono allineate: si *vede* cioè la traiettoria del moto componente secondo l'altro asse. È il caso di ricordare che, per una visione corretta, il punto di vista dovrebbe essere collocato all'infinito; la posizione del punto di vista potrà essere scelta in base al seguente criterio: quando un asse incontra in più punti la traiettoria si studierà di scegliere una posizione per la quale la prima capocchia di spillo copra la vista dell'altra; se ciò accade per tutte le coppie di spilli appartenenti a una stessa linea del reticolo, il punto di vista scelto è soddisfacente, altrimenti occorre andare più lontano.

Gli esercizi di osservazione ora citati forniscono l'acquisizione di maggiore agilità mentale nel passare dal moto composto ai moti componenti.

Le Figg. A.1 - A.6 dell'Appendice sono disegnate con precisione elevata e servono per un confronto con quelle costruite dagli studenti; fotocopiandole, si possono mettere a disposizione matrici per esercizi, ma è meglio farlo in un secondo tempo, quando cioè gli studenti hanno imparato a costruire le carte per conto proprio.

La **carta 1** (Fig. A.1) è adatta per comporre un moto uniforme lungo l'asse x con un moto uniformemente accelerato lungo l'asse y. I punti consecutivi della traiettoria del moto composto si trovano, sempre, come secondo estremo della diagonale di un rettangolo "elementare". Non vi è mai equivoco se non quando si debba stabilire *il punto consecutivo a quello iniziale* per il quale si hanno quattro possibilità, in corrispondenza alla scelta del verso del moto componente relativo a ciascun asse. Ciò vale evidentemente per tutte le figure del presente Capitolo.

La figura seguente presenta l'esecuzione di un esercizio che utilizza una carta del tipo di quella riprodotta nella Fig. A.1. Il medesimo pannello è stato fotografato da tre distinte posizioni. Le tre fotografie sono poi state accostate per mostrare i moti componenti e il moto composto. Non c'è bisogno di eseguire misure per rendersi conto degli errori dovuti alla vicinanza dell'obiettivo fotografico all'oggetto. Evidentemente, un teleobiettivo avrebbe consentito un esito migliore.

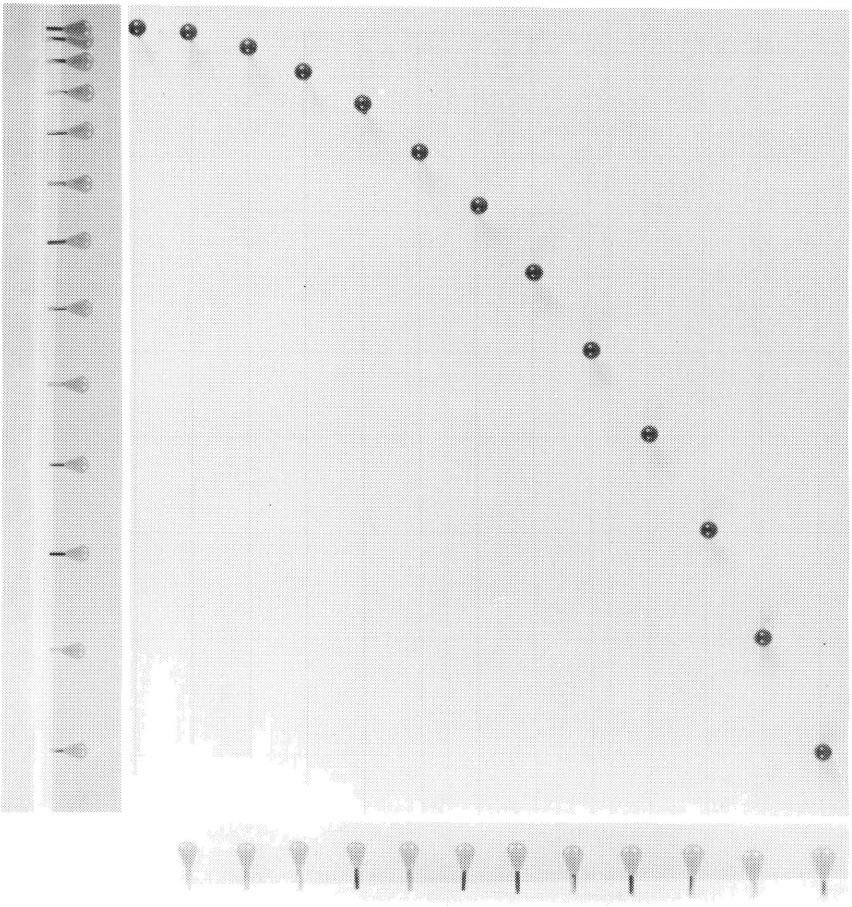


Fig. 8.1

Esercizio per quattro alunni:
Scelto un incrocio nella zona centrale della *carta 1* si chieda di costruire la traiettoria del moto composto assegnando a ciascun alunno coppie di versi differenti dagli altri. Si facciano poi confrontare e commentare i risultati ottenuti.

Ecco alcune domande ricollegabili con l'esercizio proposto:

Ogni incrocio può essere vertice di una parabola di lancio?

Presa in considerazione una traiettoria di lancio, come ottenere un lancio con velocità orizzontale doppia? Oppure con accelerazione verticale doppia? Che cosa si può osservare, in questi casi, sul tempo necessario pe raggiungere una determinata posizione?

La Fig. 8.2 riproduce il risultato del lavoro di uno studente che doveva rappresentare il lancio di due sferette in direzione orizzontale: rilevare gli errori commessi dallo studente in riferimento alla legge oraria.

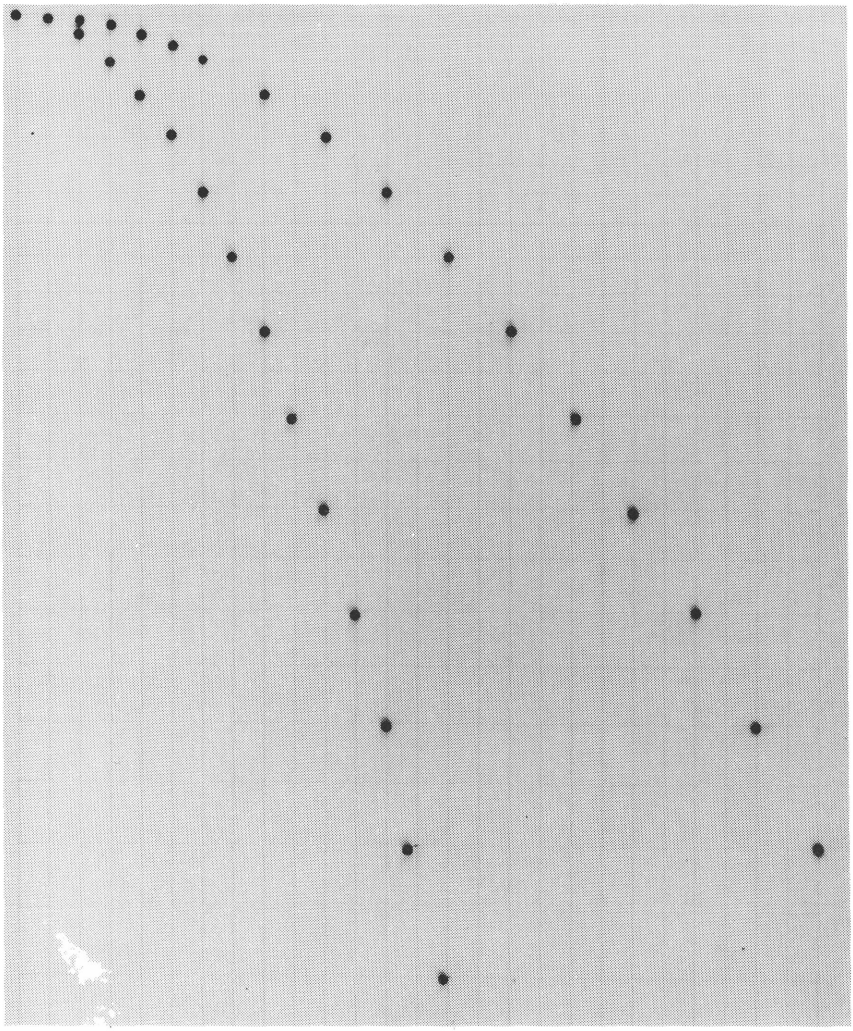


Fig. 8.2

La **carta 2** (Fig. A.2) è adatta per comporre un moto uniforme lungo l'asse x con un moto armonico lungo l'asse y. Vi sono punti in cui la velocità lungo l'asse x eguaglia la velocità lungo l'asse y? Che cosa si può dire dell'accelerazione?

La figura seguente (Fig. 8.3) presenta la soluzione di un esercizio riguardante l'uso della carta 2. Come potrebbe essere enunciato l'esercizio? Come interpretare la frequenza e la fase?

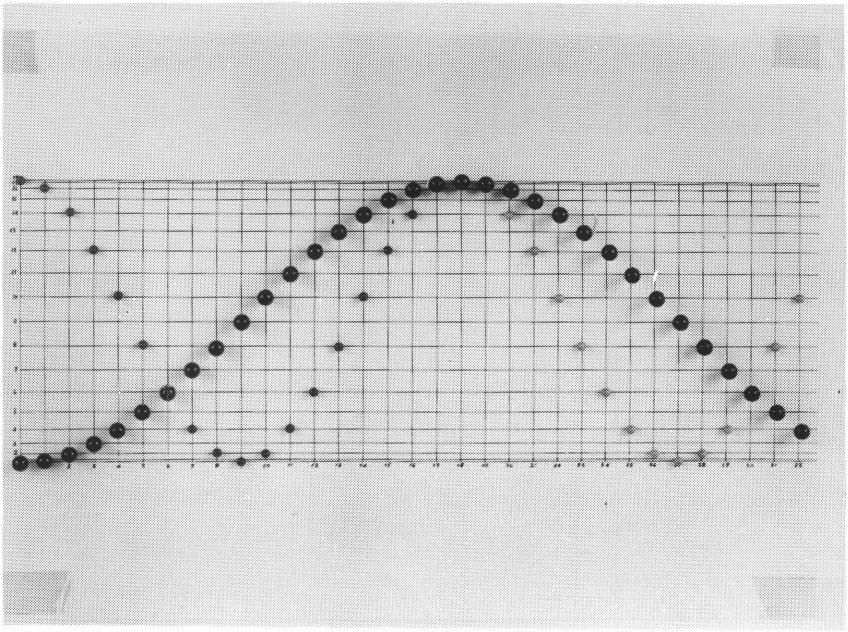


Fig. 8.3

È interessante far osservare che il moto composto di un qualsivoglia moto rettilineo **m** con un moto uniforme fornisce un grafico che può essere interpretato come rappresentazione della legge oraria del moto **m**. Ciò si deduce immediatamente dalla definizione di moto uniforme.

Si è rilevato, nel lavoro didattico, che la nozione di fase non viene appresa con facilità. Si faccia notare che la scelta di una determinata fase corrispon-

de alla scelta della posizione iniziale; basta passare dal punto sulla circonferenza di riferimento, alla sua proiezione sull'asse del moto armonico.

La **carta 3** (Fig. A.3) è adatta per comporre moti armonici lungo i due assi cartesiani ortogonali. È stato scelto lo stesso numero di divisioni lungo i due assi. Le figure seguenti (Figg. 8.4 e 8.5) presentano esercizi eseguiti con una carta di tipo analogo. Qual è l'angolo di sfasatura di un moto componente rispetto all'altro?

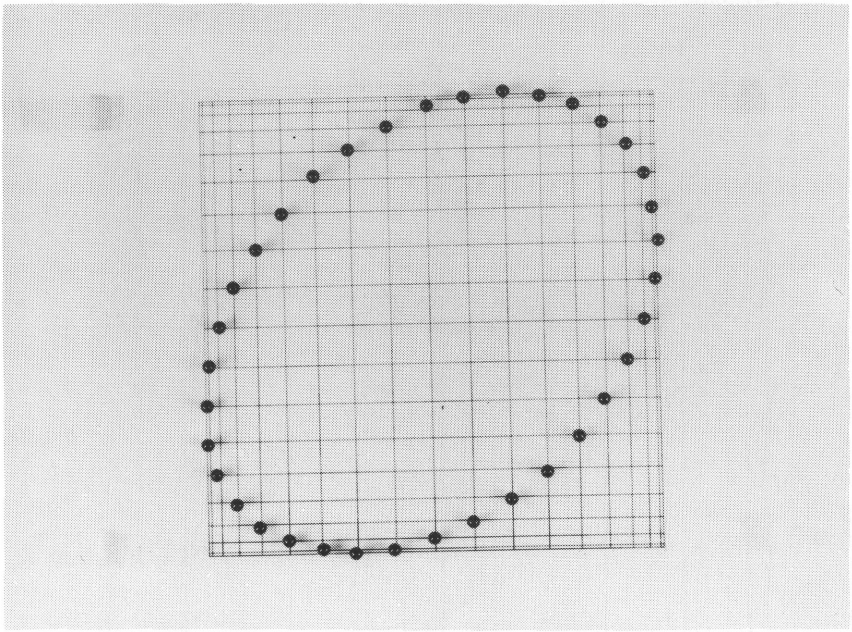


Fig. 8.4

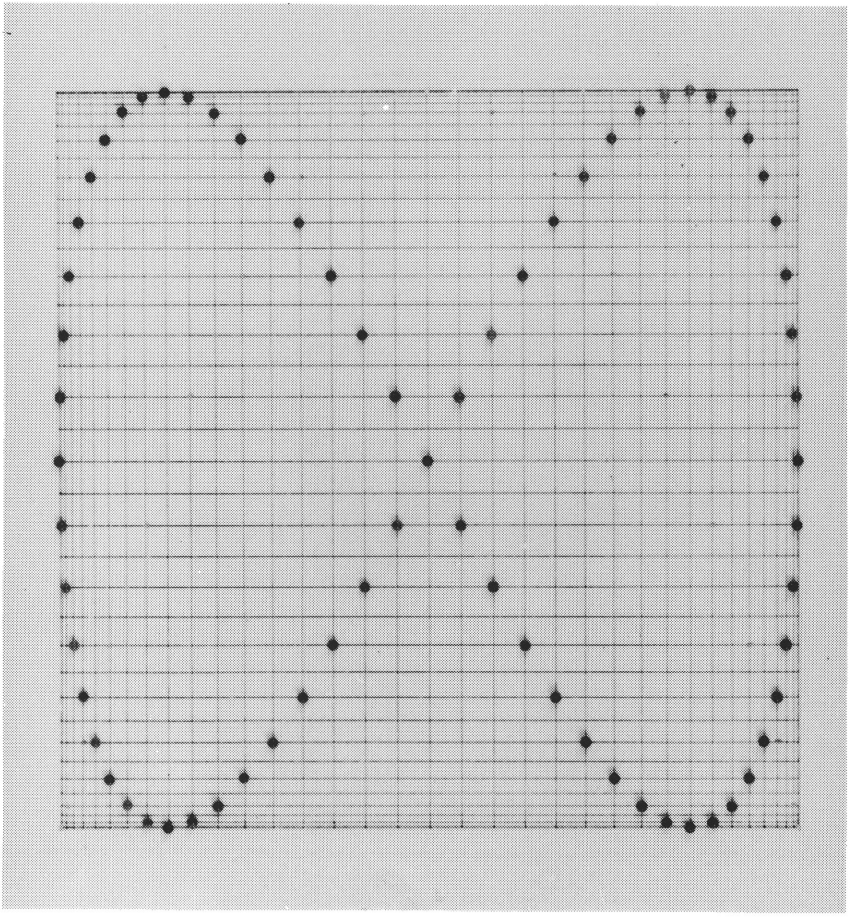


Fig. 8.5

Come ottenere una parabola dalla *carta 3?*

Si può confondere una parabola ottenuta dalla *carta 1* con una parabola ottenuta dalla *carta 3?*

Quante parabole si possono ottenere dalla *carta 1* e quante dalla *carta 3?*

La **carta 4** (Fig. A.4) è adatta per comporre moti uniformemente accelerati

su ciascuno degli assi. Qual è il rapporto delle accelerazioni?

La *carta 4* consente di interpretare la traiettoria di una pallina che cade dalla cima di un'asta fissata verticalmente a un carrello dotato di accelerazione costante orizzontale? (Prima di rispondere si tratta, evidentemente, di precisare il sistema di riferimento).

La *carta 4* consente di interpretare il moto di una pallina che cade lungo un piano inclinato?

La **carta 5** (Fig. A.5) è adatta per comporre un moto uniformemente accelerato con un moto armonico. Immaginare un esperimento che consenta di rilevare fotograficamente un'analoga composizione; chi si trovasse in difficoltà può essere aiutato dalla lettura del § *Un altro metodo per comporre moti armonici su assi ortogonali* (Capitolo 5).

Si osservi la figura seguente, si commenti e si cerchi di formulare qualche esercizio.

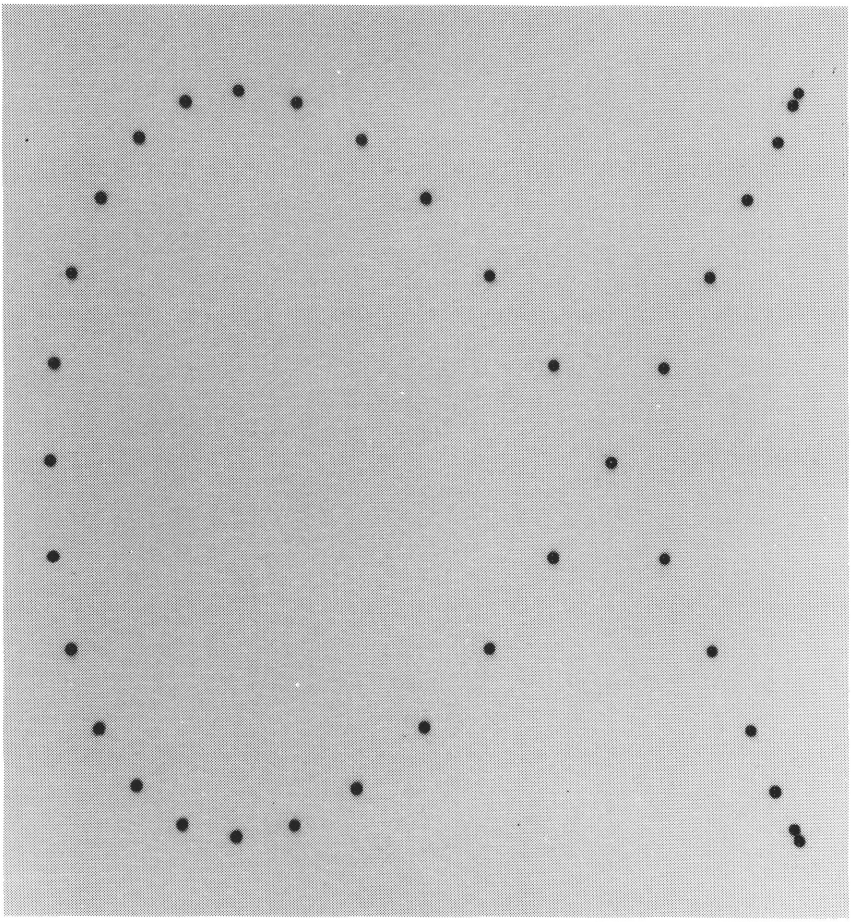


Fig. 8.6

CENNO SU UNA QUESTIONE CRITICA

A proposito del problema della scomposizione di moti è interessante un passo di Galileo per introdurre una questione critica:

> Sagr. Non si può negare che il discorso sia nuovo, ingegnoso e concludente, argomentando *ex suppositione* , supponendo cioè che il moto trasversale si mantenga sempre equabile, e che il naturale *deorsum* parimente mantenga il suo tenore, d'andarsi sempre accelerando secondo la proporzion duplicata de i tempi, e che tali moti e loro velocità, nel mescolarsi, non si alterino perturbino ed impedischino, sì che finalmente la linea del proietto non vadia, nella continuazion del moto, a degenerare in un'altra spezie: cosa che mi si rappresenta come impossibile. (GALILEI, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* , Giornata quarta [*Opere* , VIII, 273-274]).

I moti citati in questo testo sono il moto uniforme (detto equabile) e il moto uniformemente accelerato dovuto al campo gravitazionale terrestre (detto naturale).

A parte la precisazione concernente l'uniformità del moto trasversale, si rileva dal testo una preoccupazione critica a proposito del moto composto: "... che tali moti e loro velocità, nel mescolarsi, non si alterino perturbino ed impedischino, ...".

Come rispondere a questa perplessità? È il caso di sottolinearla nell'insegnamento? Di solito il problema viene liquidato dicendo che: **spostamento**, **velocità** e **accelerazione** sono grandezze vettoriali e quindi seguono le leggi di composizione note dall'aritmetica dei vettori. Ma perché sono grandezze vettoriali? Proprio perché seguono le leggi di composizione note dall'aritmetica dei vettori; a questo punto è necessario presentare qualche esperimento di verifica. Si prestano a ciò quegli esperimenti citati ai Capitoli 5 e 6 in cui si possono eseguire misure sui singoli moti e sul moto composto.
Ad esempio: su una rotaia lievemente inclinata viene fatto scendere un carrello sul quale è montato un circuito che fa lampeggiare una lampadina; si fotografa, mantenendo l'otturatore aperto, con una macchina che fa da pendolo (fermo). La seconda fotografia si riprende mantenendo fisso il carrello al centro e facendo oscillare la macchina fotografica; la terza fotografia si riprende facendo scendere il carrello dalla posizione iniziale mentre la macchina oscilla.
Dall'analisi dei fotogrammi, nonostante la difficoltà di ottenere il sincronismo (lampo all'istante della partenza), si ricava una conferma della composizione degli **spostamenti**. Altri esperimenti (a proposito del momento

angolare) possono essere visti nel film *Il momento angolare* a cura del PSSC; non va dimenticato neppure il film *Il moto armonico semplice* prodotto sempre dal PSSC, film ricco di spunti molto significativi, che hanno sollecitato alcune riflessioni dell'autore.

Fra i tanti esperimenti possibili, è interessante presentarne uno, in forma volutamente rudimentale, il cui esito non viene generalmente previsto dagli studenti: si accostino alla stessa quota due corpi, tenendoli ciascuno con una mano (durante la lezione è comodo prendere due pezzetti di gesso); si lanci orizzontalmente uno di essi mentre si lascia cadere l'altro: non si avverte differenza di tempo tra i suoni dovuti all'urto contro il pavimento.

ESERCIZI E COMPLEMENTI

1. È noto che Nepero spiegava i principi della sua *regola meravigliosa* (calcolo con i logaritmi) in termini cinematici. Un punto P si muova lungo una semiretta AB con velocità costante v; un punto Q percorra un segmento HK, partendo da H con velocità v e proseguendo il moto verso K con velocità che decresce proporzionalmente al decrescere della distanza QK (Nepero chiamava la distanza AP logaritmo della distanza QK). Mediante il programma *Composizione di moti su assi ortogonali* è possibile rappresentare il moto considerato da Nepero?

2. Si ritaglino dalla Fig. 8.7 le strisce a, b contenenti sequenze di punti; si infili uno spillo nel primo punto delle due strisce e si formi con esse un angolo tale che se una rappresenta il moto di caduta in verticale, l'altra rappresenti la caduta lungo un piano inclinato. Si ripeta la costruzione con altre coppie di strisce. La costruzione proposta è sempre possibile per coppie di sequenze che procedano con incrementi costanti, diversi fra loro?

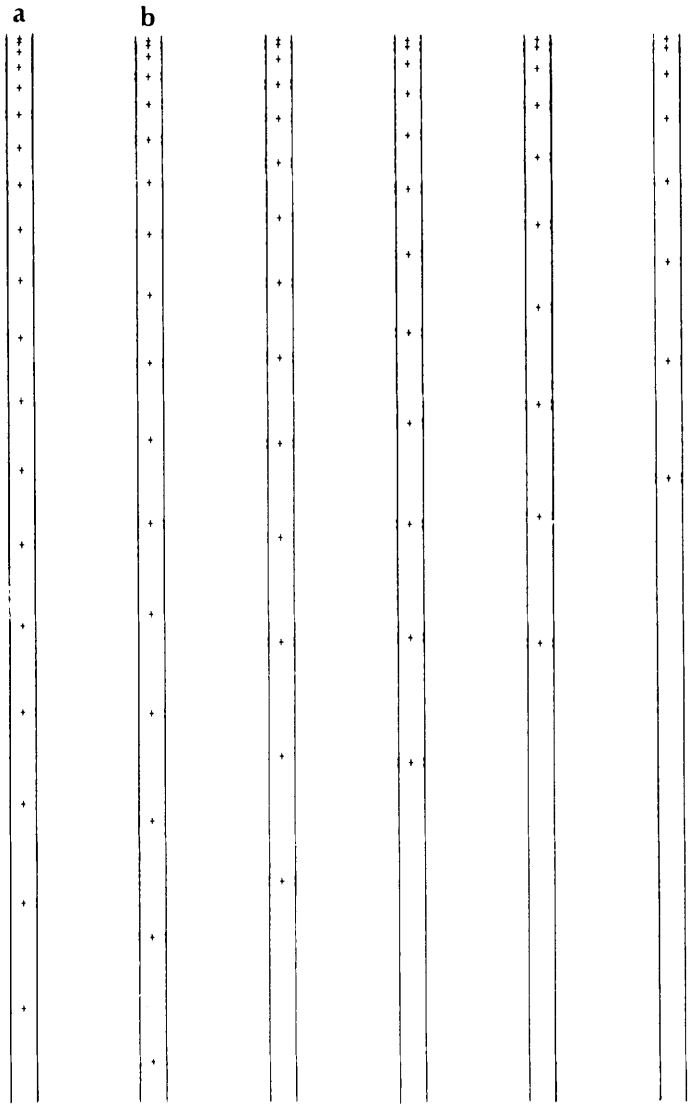


Fig. 8.7

3. Due studenti hanno simulato, rispettivamente sulle Figg. 8.8 e 8.9, il moto di caduta lungo la verticale e successivamente (conservando la traiettoria mediante l'opzione [o]) il moto di caduta lungo un piano inclinato. Supposto che le due cadute simulate da ognuno degli studenti avvengano nel medesimo campo gravitazionale e con la medesima scansione del tempo, si può stabilire se i grafici ottenuti sono corretti oppure no?

```
                    COMPOSIZIONE DI MOTI
                     SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI                                    Data: 07-09-1986   Ora: 09:00:28
-------------------------------------------------------------------------------

Asse X:   S=S'+V't+½At²

   Posizione iniziale        S'= 6

   Velocità iniziale         V'= 0

   Accelerazione             A =-21

-------------------------------------------------------------------------------

Asse Y:   S=S'+V't+½At²

   Posizione iniziale        S'= 6

   Velocità iniziale         V'= 0

   Accelerazione             A =-18

-------------------------------------------------------------------------------

Precisione su                STAMPANTE

Tracciamento per             PUNTI

Ingrandimento                1

Incremento temporale         1 /30= 3.333334E-02

-------------------------------------------------------------------------------
```

Fig. 8.8/1

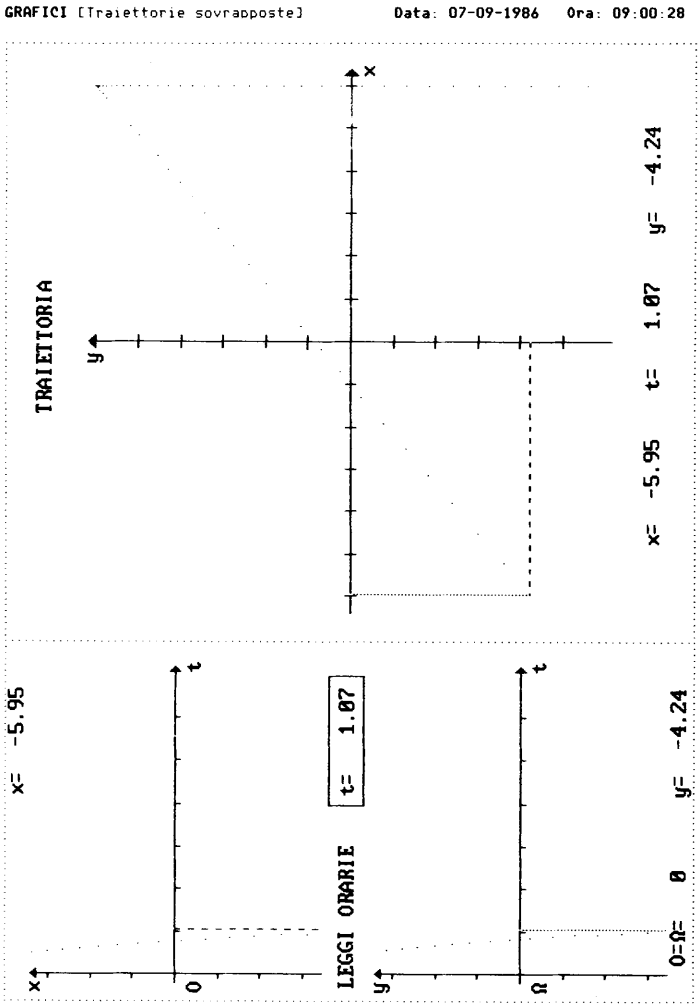

GRAFICI [Traiettorie sovrapposte]
Data: 07-09-1986 Ora: 09:00:28
TRAIETTORIA
y
x
x= -5.95 t= 1.07 y= -4.24
x
t
x= -5.95
O
LEGGI ORARIE
t= 1.07
y
t
Ω
O=Ω= 0 y= -4.24

Fig. 8.8/2

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI Data: 07-09-1986 Ora: 09:05:47

Asse X: $S=S'+V't+\frac{1}{2}At^2$

Posizione iniziale	S'= 6
Velocità iniziale	V'= 0
Accelerazione	A =-9

Asse Y: $S=S'+V't+\frac{1}{2}At^2$

Posizione iniziale	S'= 5
Velocità iniziale	V'= 0
Accelerazione	A =-9

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	1
Incremento temporale	1 /30= 3.333334E-02

Fig. 8.9/1

4. Si considerino le traiettorie di corpi che scendono, a partire da un medesimo punto, lungo piani inclinati rispettivamente di 30° e di 60° sulla orizzontale. Quando le traiettorie sono ottenute *per punti* si nota una proprietà interessante: chi l'avesse individuata, ne dia una dimostrazione. Chi non avesse scoperto la proprietà calcoli, per ciascuna delle due inclinazioni, le componenti dell'accelerazione lungo gli assi orizzontale e verticale.

5. Scegliere una inclinazione del piano tale che un corpo vi scenda, in assenza di attrito, con la stessa accelerazione che avrebbe cadendo verticalmente sulla luna, da un punto prossimo alla superficie di quest'ultima.

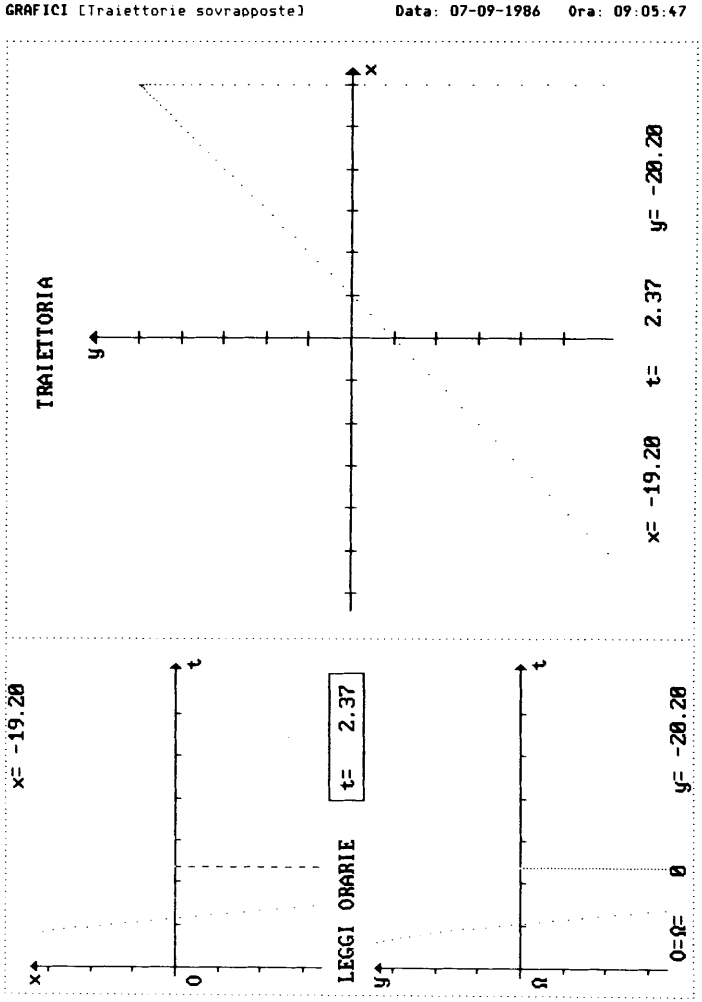

GRAFICI [Traiettorie sovrapposte]
Data: 07-09-1986 Ora: 09:05:47
TRAIETTORIA
y
x
x= -19.20 t= 2.37 y= -20.20
x= -19.20
x
θ
t
LEGGI ORARIE
t= 2.37
y
Ω
t
θ=Ω= 0 y= -20.20

Fig. 8.9/2

6. La figura seguente rappresenta, in modo corretto, il moto di tre corpi che partono da un medesimo punto P.

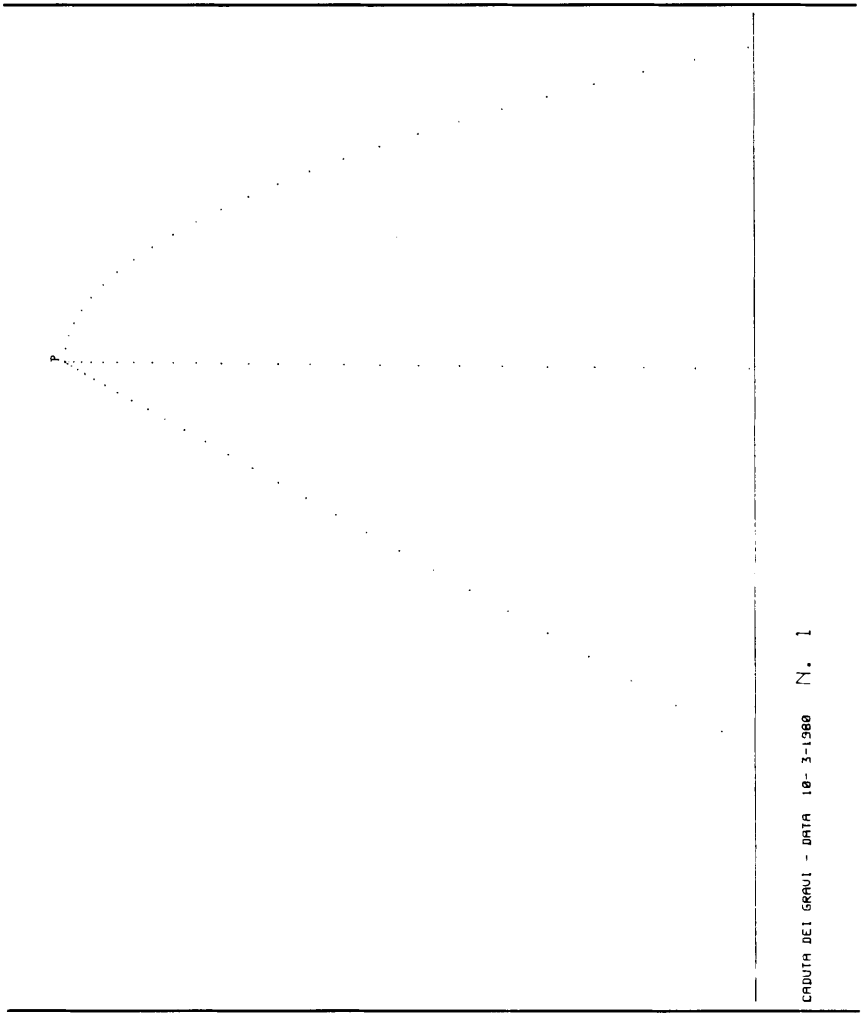


Fig. 8.10

Si indichi con T_i la traiettoria lungo il piano inclinato, con T_v la traiettoria lungo la verticale, con T_p la traiettoria lungo la parabola,

sapendo che nei primi due casi la velocità iniziale è nulla, mentre nell'ultimo caso è diversa da zero ma ha una componente verticale nulla. Scelto per l'accelerazione di gravità g il valore di 980 cm/sec^2 e supposto assente l'attrito, si risponda alle seguenti domande:

a. Si calcoli la durata tra un flash e il successivo, precisando l'ordine di grandezza dell'errore.

b. Si scriva il valore delle velocità nel punto iniziale.

c. Si conti il numero totale di flash registrati.

d. Si calcoli, per ciascuna traiettoria, la velocità media tra il decimo e l'undicesimo flash.

e. Si immagini di variare l'inclinazione del piano facendo perno nel punto iniziale: a quale luogo apparterranno le posizioni assunte da P al decimo istante?

f. Si immagini di variare la velocità orizzontale del moto T_p: a quale luogo apparterranno le posizioni assunte da P al decimo istante?

g. Calcolare il rapporto fra il tempo impiegato a raggiungere il suolo da un corpo che si muove lungo T_v e un corpo che si muove lungo T_p.

h. Calcolare il rapporto fra il tempo impiegato a raggiungere il suolo da un corpo che si muove lungo T_v e un corpo che si muove lungo T_i.

i. Calcolare il rapporto fra le velocità con cui raggiungono il suolo il corpo che si muove lungo T_v e il corpo che si muove lungo T_i.

j. Qual è l'inclinazione del piano (sempre in riferimento alla Fig. 8.10)?

k. Per ciascun moto calcolare la distanza fra il punto di partenza e la posizione raggiunta all'istante successivo, facendo una stima dell'ordine di grandezza dell'errore.

l. Costruire le tracce di un corpo che cade, a partire da P, lungo un piano avente inclinazione diversa da quello assegnato.

m. Disegnare il vettore velocità relativo al quindicesimo istante, per ciascuna delle traiettorie considerate.

n. Calcolare l'accelerazione, nel moto T_i, al quindicesimo istante dalla partenza.

o. Calcolare l'accelerazione, nel moto T_p, al quindicesimo istante dalla partenza.

p. Calcolare l'accelerazione, nel moto T_v, al quindicesimo istante dalla partenza.

q. Disegnare per ciascun moto la traccia consecutiva all'ultima che compare sulla figura.

r. Calcolare il valore dell'accelerazione di gravità nel caso in cui sia noto che l'intervallo di tempo fra due flash consecutivi è di 0.01 secondi.

s. Spiegare con quale metodo sono state eseguite le misure per rispondere alle domande precedenti.

t. Quali delle risposte date debbono essere modificate se si viene a sapere che il disegno sul quale sono state eseguite le misure è stato ottenuto dall'originale con una riduzione del 64%?

7. Confrontare le traiettorie di lanci, eseguiti con lo stesso vettore velocità iniziale, su Mercurio, Venere, Terra, Marte; calcolare le gittate e le massime quote raggiunte dal proiettile.

8. Nei dispositivi di accelerazione di una ascensore predisposta per il servizio in grattacieli, non si opera con accelerazione costante ma si imposta una legge del moto che tiene conto anche della variazione della accelerazione nel tempo. Per il rispetto del "conforto" dei passeggeri, l'accelerazione non deve superare (secondo alcuni autori) 244 cm/sec^2 e la variazione di accelerazione nel tempo i 107 cm/sec^3. La Fig. 8.11 riproduce un grafico pubblicato da una rivista dedicata agli elevatori. Mediante il programma *Composizione di moti su assi ortogonali* è possibile ricostruire la stessa linea che compare nel grafico? (Si rammenta che 1 feet corrisponde a cm 30.48).

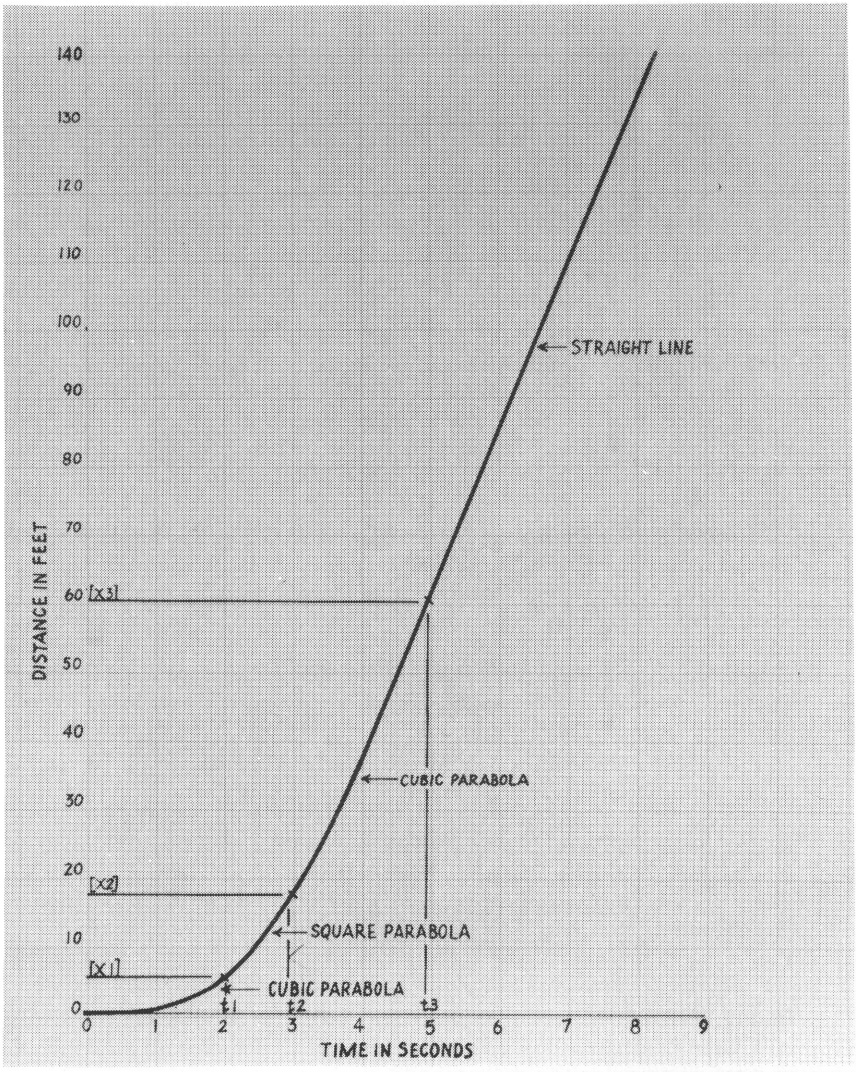

140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
DISTANCE IN FEET
[x3]
[x2]
[x1]
STRAIGHT LINE
CUBIC PARABOLA
SQUARE PARABOLA
CUBIC PARABOLA
t1
t2
t3
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
TIME IN SECONDS

Fig. 8.11

9. Se si sceglie il moto 2 per ciascuno dei due assi cartesiani, in una esecuzione del programma *Composizione di moti su assi ortogonali* , e si confermano (premendo [CR]) tutti i valori dei parametri memorizzati nel programma, si può osservare la salita di un corpo lungo un piano inclinato a 45° e poi la sua discesa. Accade però che, nella discesa, non vengono ricalcate le medesime tracce lasciate durante la salita. Come si spiega ciò? È possibile, modificando il valore di un solo parametro, ottenere che vengano ricalcati i medesimi punti della salita? Verificare, mediante alcune esecuzioni del programma, le congetture fatte in proposito.

10. Al Capitolo 6 (*secondo argomento di lezione*) si è parlato del moto armonico ottenuto facendo oscillare un carrello su una rotaia a basso attrito, quando al carrello sono applicate due molle fissate ai capi della rotaia; successivamente si è proposto di studiare il moto di un corpo appeso a una molla, dopo che lo si è spostato, lungo la verticale, dalla posizione di equilibrio. Rappresentare ora le due situazioni impiegando il programma *Composizione di moti su assi ortogonali.*

11. Al Capitolo 6 (*secondo argomento di lezione,* § *L'ellisse ruota!*) si è detto che componendo due moti armonici su assi ortogonali, quando elongazioni e frequenze dei due moti sono rispettivamente uguali fra loro, si ottengono ellissi che variano al variare dell'angolo di fase, mantenendo però costante l'angolo che l'asse maggiore forma con l'asse x. Che cosa accade quando il rapporto delle elongazioni è k? Se $k \neq 1$, l'asse maggiore dell'ellisse subisce delle variazioni da 0° all'angolo che ha per tangente k. Per motivi di brevità, i calcoli non vengono riportati, ma la loro esecuzione è veramente istruttiva. I risultati per la verifica sono rilevabili dal grafico della Fig. 8.13 sul quale è riportata la funzione che dà in gradi (unità di misura 10°) l'inclinazione dell'asse maggiore dell'ellisse sull'asse x, in corrispondenza delle variazioni dell'angolo di sfasatura. Il grafico riporta i casi $k=\sqrt{3}$, $k=1/\sqrt{3}$, $k=1$, $k=10$, $k=1/10$. Anche l'osservazione attenta del grafico è molto istruttiva per comprendere che cosa accade quando si passa dal caso $k=1$ al caso $k \neq 1$.

    La Fig. 8.12 dà i valori dell'angolo che l'asse maggiore dell'ellisse forma con l'asse x in corrispondenza ad alcuni valori dell'angolo di sfasatura. Si verifichino i risultati della tabella mediante misure su stampati ottenuti con applicazioni opportune del programma *Composizione di moti su assi ortogonali.*

Angoli che l'asse maggiore dell'ellisse forma con l'asse x
in corrispondenza agli angoli di sfasatura

a = 1
b = .5773503

0° 30.00	1° 29.99	2° 29.99	3° 29.98	4° 29.96	5° 29.95
6° 29.93	7° 29.90	8° 29.87	9° 29.84	10° 29.80	11° 29.76
12° 29.72	13° 29.67	14° 29.62	15° 29.56	16° 29.50	17° 29.43
18° 29.36	19° 29.29	20° 29.21	21° 29.13	22° 29.04	23° 28.95
24° 28.85	25° 28.75	26° 28.64	27° 28.52	28° 28.40	29° 28.28
30° 28.15	31° 28.01	32° 27.87	33° 27.72	34° 27.57	35° 27.41
36° 27.24	37° 27.06	38° 26.88	39° 26.69	40° 26.49	41° 26.29
42° 26.07	43° 25.85	44° 25.62	45° 25.38	46° 25.13	47° 24.87
48° 24.60	49° 24.32	50° 24.03	51° 23.73	52° 23.41	53° 23.09
54° 22.75	55° 22.40	56° 22.04	57° 21.66	58° 21.27	59° 20.86
60° 20.44	61° 20.01	62° 19.55	63° 19.08	64° 18.60	65° 18.10
66° 17.58	67° 17.04	68° 16.48	69° 15.91	70° 15.32	71° 14.70
72° 14.07	73° 13.42	74° 12.76	75° 12.07	76° 11.36	77° 10.64
78° 9.90	79° 9.14	80° 8.36	81° 7.58	82° 6.77	83° 5.96
84° 5.13	85° 4.29	86° 3.44	87° 2.59	88° 1.73	89° 0.91
90° 45.00					

Fig. 8.12

STUDIO DI FUNZIONE: dati

Data: 06-10-1986 Ora: 14:52:30

```
Posizione asse X        15.3          Posizione asse Y         .600
Unità di misura asse X  1.50          Unità di misura asse Y   1.50
Campo grafico           -.400<X<14.6                  -.604<Y<10.2
Precisione su            STAMPANTE
-----------------------------------------------------------------------------
y=c*atn(abs((a^2-1+sqr((1-a^2)^2+(2*a*cos(x/c))^2))/(2*a*cos(x/c))))
a= 1.732051 c= 5.729583
Funzione                Passo    3
-----------------------------------------------------------------------------
y=c*atn(abs((a^2-1+sqr((1-a^2)^2+(2*a*cos(x/c))^2))/(2*a*cos(x/c))))
a= .5773503 c= 5.729583
Funzione                Passo    3
-----------------------------------------------------------------------------
y=c*atn(abs((a^2-1+sqr((1-a^2)^2+(2*a*cos(x/c))^2))/(2*a*cos(x/c))))
a= 1 c= 5.729583
Funzione                Passo    3
-----------------------------------------------------------------------------
y=c*atn(abs((a^2-1+sqr((1-a^2)^2+(2*a*cos(x/c))^2))/(2*a*cos(x/c))))
a= 1.414213 c= 5.729583
Funzione                Passo    3
-----------------------------------------------------------------------------
y=c*atn(abs((a^2-1+sqr((1-a^2)^2+(2*a*cos(x/c))^2))/(2*a*cos(x/c))))
a= .7071068 c= 5.729583
Funzione                Passo    3
-----------------------------------------------------------------------------
y=c*atn(abs((a^2-1+sqr((1-a^2)^2+(2*a*cos(x/c))^2))/(2*a*cos(x/c))))
a= 10 c= 5.729583
Funzione                Passo    3
-----------------------------------------------------------------------------
y=c*atn(abs((a^2-1+sqr((1-a^2)^2+(2*a*cos(x/c))^2))/(2*a*cos(x/c))))
a= .1 c= 5.729583
Funzione                Passo    3
```

Fig. 8.13/1

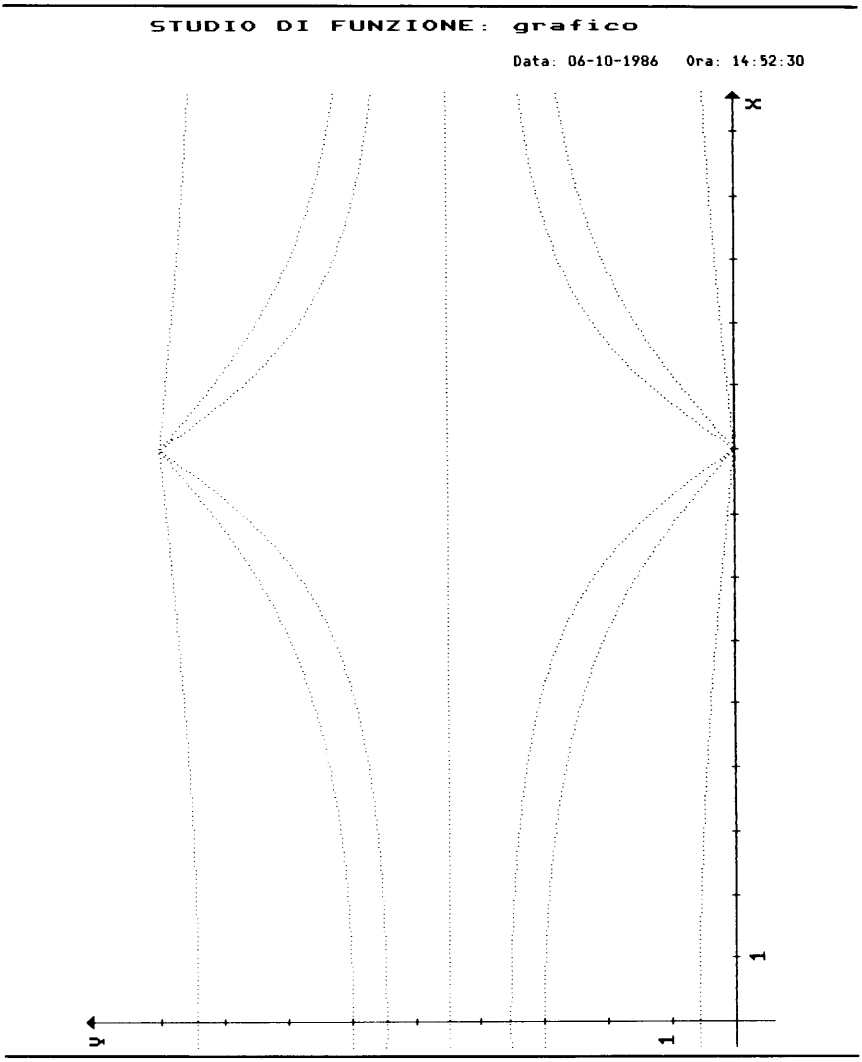


Fig. 8.13/2

Dall'osservazione della forma analitica della funzione si riconosce che l'argomento dell'arcotangente è soluzione della seguente equazione di 2° grado

$$z^2 - \frac{k^2 - 1}{k \cos \varphi} \cdot z - 1 = 0$$

Ciò consente di vedere meglio il legame tra le funzioni goniometriche degli angoli in gioco e l'interessante simmetria messa in luce dal seguente modo di scrivere la relazione

$$\cos \varphi = \frac{k^2 - 1}{k} \cdot \frac{z}{z^2 - 1}$$

Si noti, fra l'altro, che la seconda soluzione dell'equazione in z dà l'inclinazione dell'asse minore dell'ellisse: il prodotto delle radici è infatti -1.

12. Dall'esame delle equazioni

$$x = A \cdot \sin 2\pi f_1 \cdot t \qquad y = A \cdot \sin(2\pi f_2 \cdot t + \varphi)$$

si comprende che non è difficile calcolare i punti della traiettoria che si trovano sul contorno e i punti in cui la traiettoria interseca se stessa (per contorno si intende qui il quadrato che ha centro in O e lati di lunghezza 2A, paralleli agli assi coordinati).
Eseguire i calcoli in qualche caso e verificarli mediante applicazioni del programma *Composizione di moti su assi ortogonali*; non si trascuri di assegnare ai *punti-segnale* le coordinate calcolate.

13. Completare la Fig. 8.7 aggiungendo, in posizione corretta, le crocette alle strisce incomplete. Associare ad ogni striscia un valore per l'accelerazione. Entro quale margine di errore si può riconoscere che le velocità iniziali sono nulle? Si risponda alle stesse domande in riferimento alla Fig. 8.14, dove le velocità iniziali non sono nulle; si calcolino in questo caso le velocità iniziali e si ripeta con le strisce l'esecuzione dell'esercizio 2 di questo Capitolo.

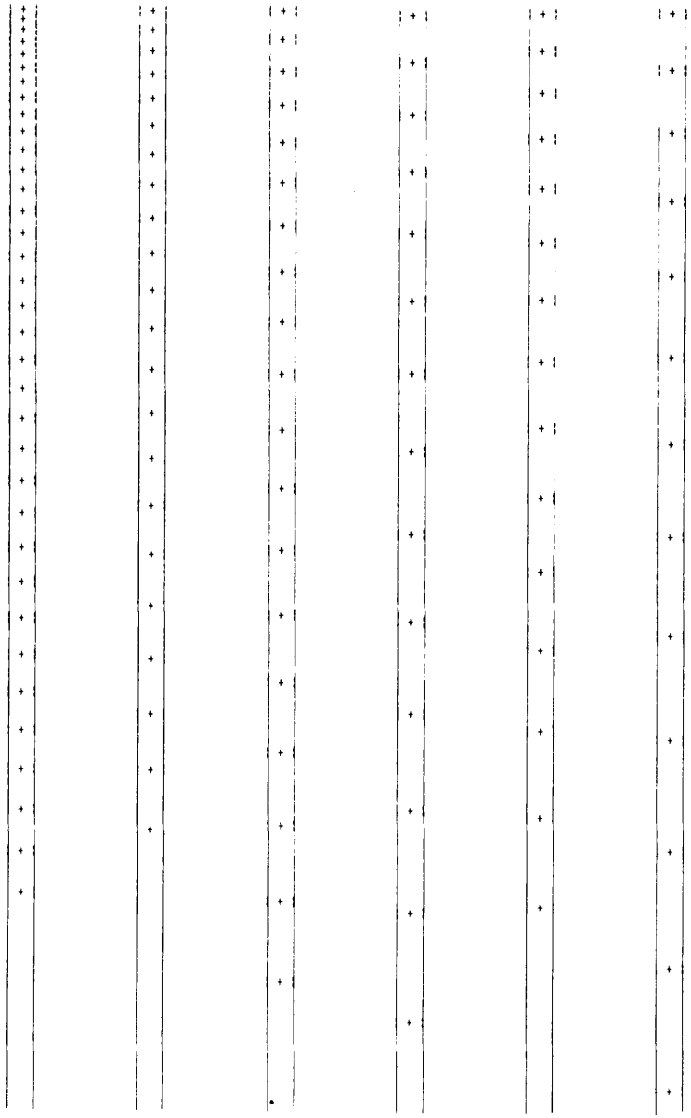


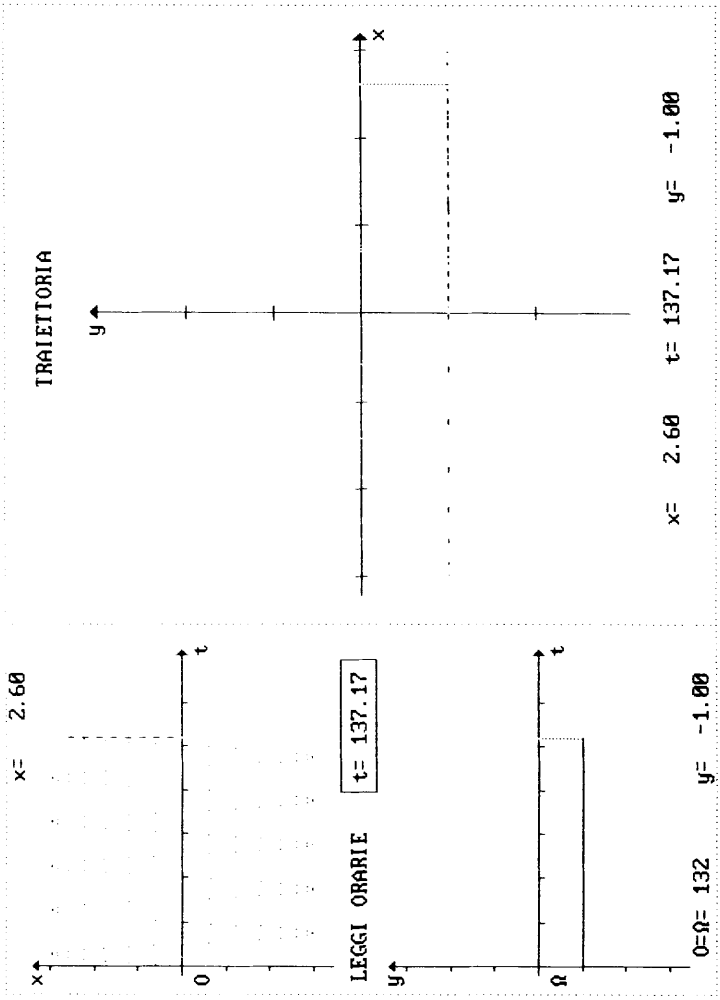
Fig. 8.14

14. Le figure seguenti recano il testo di un esercizio. Come sono stati calcolati i valori dei parametri? Costruire esercizi analoghi e risolverli.

```
                    COMPOSIZIONE DI MOTI
                    SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI                                   Data: 24-09-1986   Ora: 13:27:25

Asse X:   S=Asin(2πft+θ)

   Elongazione              A = 3

   Frequenza                f = 1

   Fase iniziale            θ = 0

Asse Y:   S=S'+Vt

   Posizione iniziale       S'=-1

   Velocità                 V = 0

Precisione su               STAMPANTE

Tracciamento per            PUNTI

Ingrandimento               2

Incremento temporale        1 /30= 3.333334E-02

1. Dare una spiegazione della larghezza delle traccie lasciate sul piano xy.
2. Scegliere i parametri in modo da ottenere una carta armonica sul piano xy.
```

Fig. 8.15/1

GRAFICI Data: 24-09-1986 Ora: 13:27:25



1. Dare una spiegazione della larghezza delle traccie lasciate sul piano xy.
2. Scegliere i parametri in modo da ottenere una carta armonica sul piano xy.

Fig. 8.15/2

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 02-09-1986 Ora: 09:37:32**

Asse X: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 1
Frequenza	f = 2
Fase iniziale	θ = 0

Asse Y: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 1
Frequenza	f = 3
Fase iniziale	θ = 1.047197

Punti-segnale

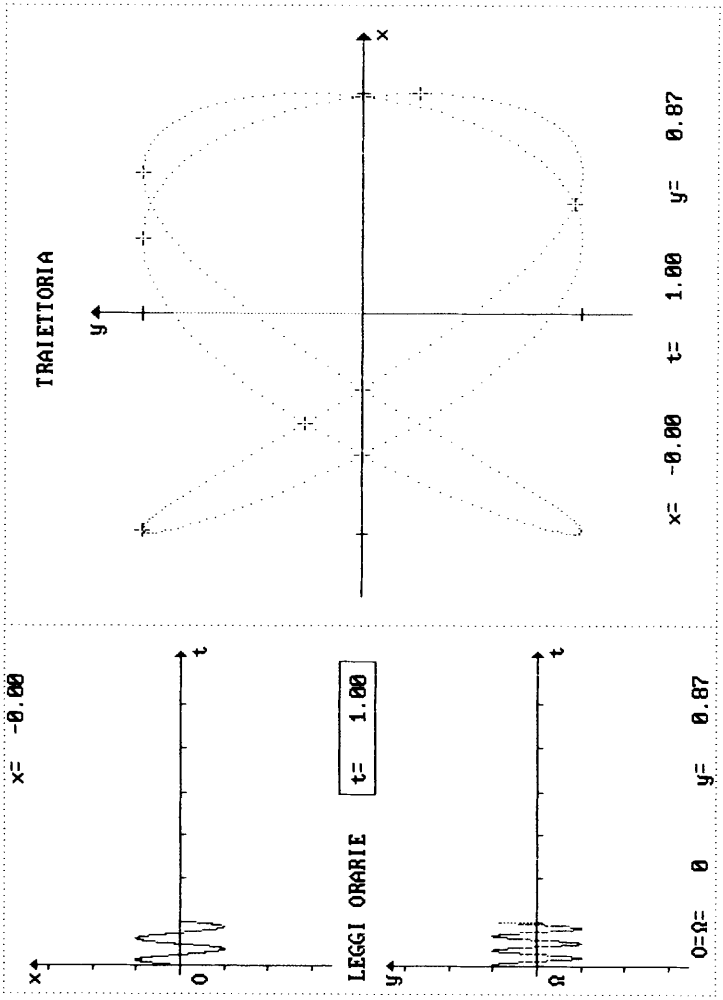
(1 ,-.2588)
(-.5 , .2588)
(.5 ,-.9659)
(.342 , 1)
(-.985 , 1)
(.643 , 1)
(-.342 , 0)
(.985 , 0)
(-.643 , 0)

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	5
Incremento temporale	8.23333[illegible]E-02 30= 2.[illegible]E-02

Dopo aver osservato dati e grafici, formulare sette problemi concettualmente distinti.

Fig. 8.16/1

GRAFICI Data: 02-09-1986 Ora: 09:37:32



Dopo aver osservato dati e grafici, formulare sette problemi concettualmente distinti.

Fig. 8.16/2

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI Data: 29-09-1986 Ora: 12:10:22

Asse X: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 3
Frequenza	f = 5
Fase iniziale	θ = 0

Asse Y: S=Asin(2πft+θ)

Elongazione	A = 3
Frequenza	f = 3
Fase iniziale	θ = 0

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	1
Incremento temporale	6.666667E-02 /30= 2.222222E-03

Rapporto delle frequenze 5/3. Interessante lo studio delle simmetrie.

Fig. 8.17/1

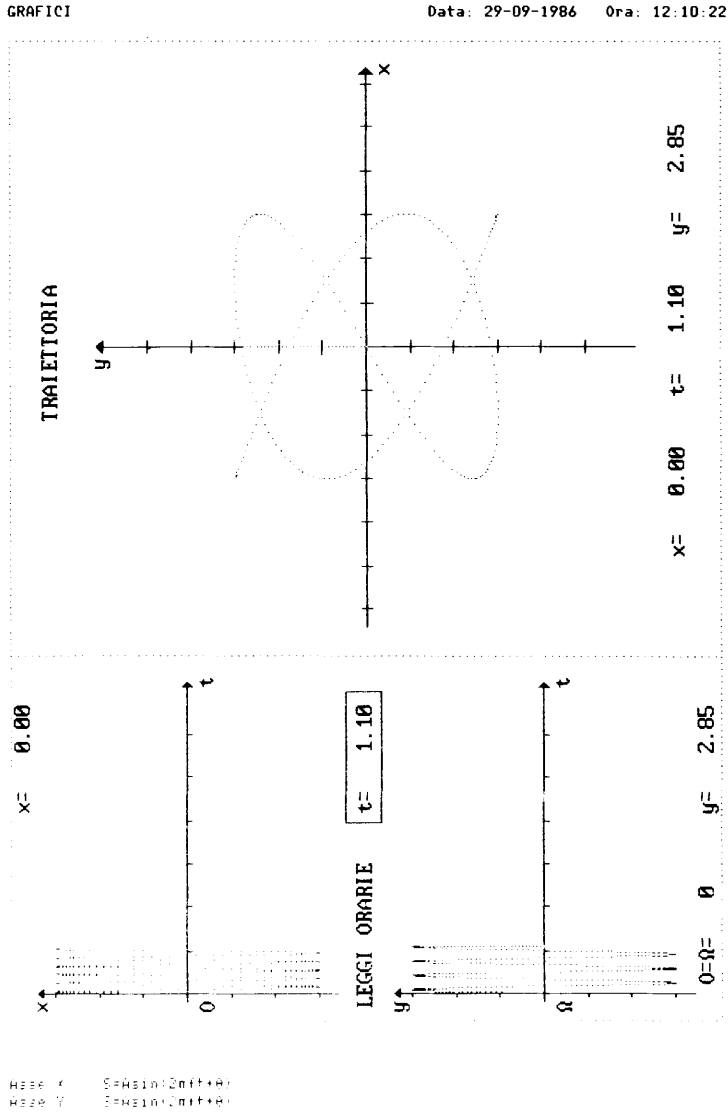

GRAFICI
Data: 29-09-1986 Ora: 12:10:22
TRAIETTORIA
x
y
x= 0.00 t= 1.10 y= 2.85
x= 0.00
t
x
0
LEGGI ORARIE
t= 1.10
t
y
Ω
0=Ω= 0 y= 2.85

Fig. 8.17/2

COMPOSIZIONE DI MOTI
SU ASSI ORTOGONALI

EQUAZIONI **Data: 14-07-1986 Ora: 14:18:58**

Asse X: S=S'+Vt

Posizione iniziale	S'=-3
Velocità	V = .5

Asse Y: S=Asin(2πft+θ)

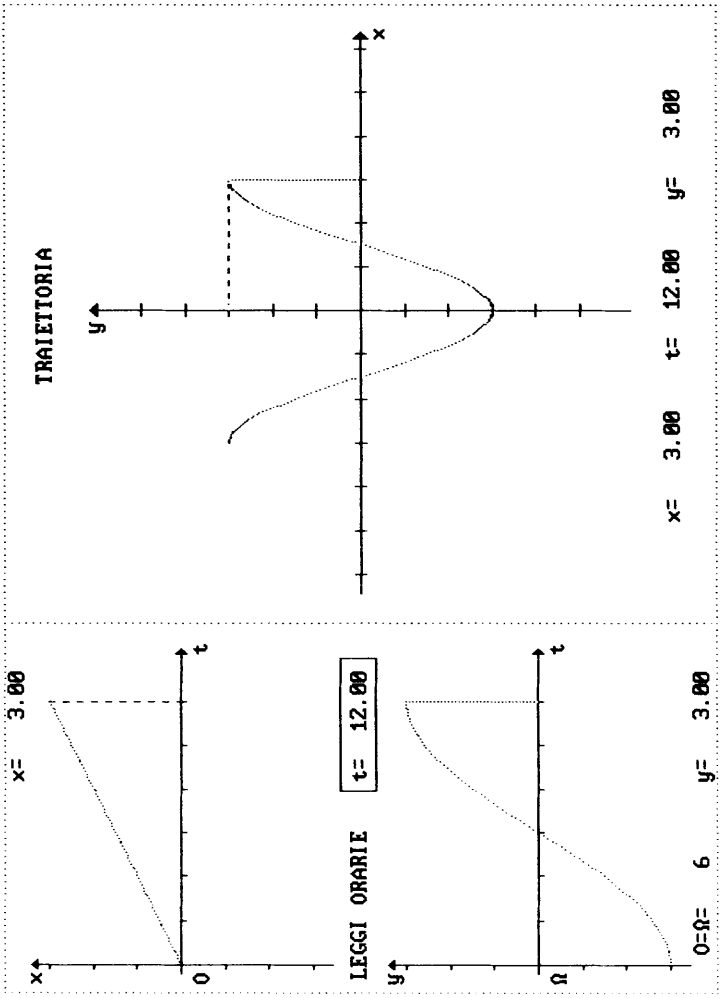
Elongazione	A = 3
Frequenza	f = 8.333334E-02
Fase iniziale	θ = 1.570796

Precisione su	STAMPANTE
Tracciamento per	PUNTI
Ingrandimento	1
Incremento temporale	2 /30= 6.666667E-02

Esaminati i dati e il grafico, scrivere il testo di un esercizio.

Fig. 8.18/1

GRAFICI Data: 14-07-1986 Ora: 14:18:58



Esaminati i dati e il grafico, scrivere il testo di un esercizio.

Fig. 8.18/2

```
0 CLS:WIDTH  LPRINT 96:LPRINT CHR$(27):"M":CHR$(27):"4"
1 PRINT SPC(N^2):
2 PRINT "0"
3 N=N+1
4 GOTO 1
```

```
                                                                    0
                                                        0
                                            0
                                0
                        0
                0
        0
    0
 0
0
 0
    0
        0
                0
                        0
                                            0
                                                        0
                                                                    0
```

Esaminato il programma, immaginare come si è giunti a stampare il grafico

Fig. 8.19

15. Interpretare il 3° e 4° fotogramma di Fig. 5.26 e quelli di Fig. 5.27 ottenuti con il metodo descritto della oscillazione della macchina fotografica.
Ciascuna fotografia raccoglie sempre i dati di un unico esperimento?

16. Nel 6° Capitolo, § *Ancora sul comporre e scomporre*, sono stati proposti alcuni esercizi il cui risultato è forse inatteso. Le fotografie seguenti hanno lo scopo di riproporre la riflessione sull'argomento.
Dopo aver osservato le Figg. 8.21, 8.22 si risponda alla seguente domanda: avvolgendo i trasparenti a formare un cilindro si possono ottenere anche, come proiezione, figure del tipo 5.14 (1° e 3° fotogramma)?

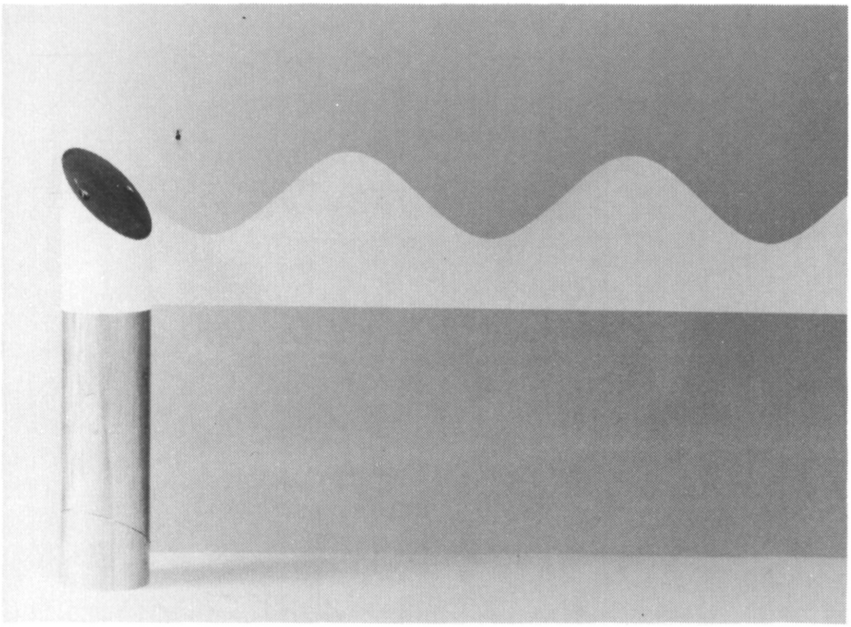


Fig. 8.20

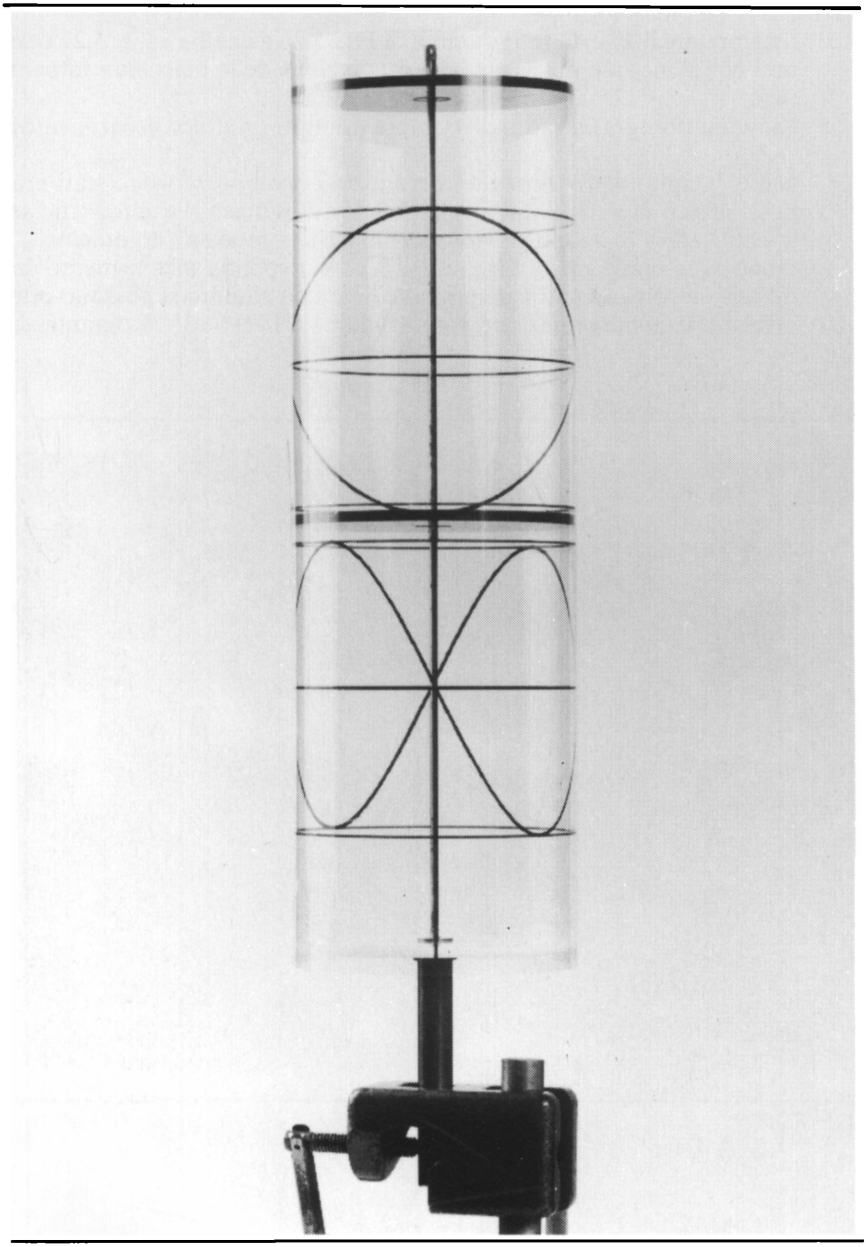


Fig. 8.21

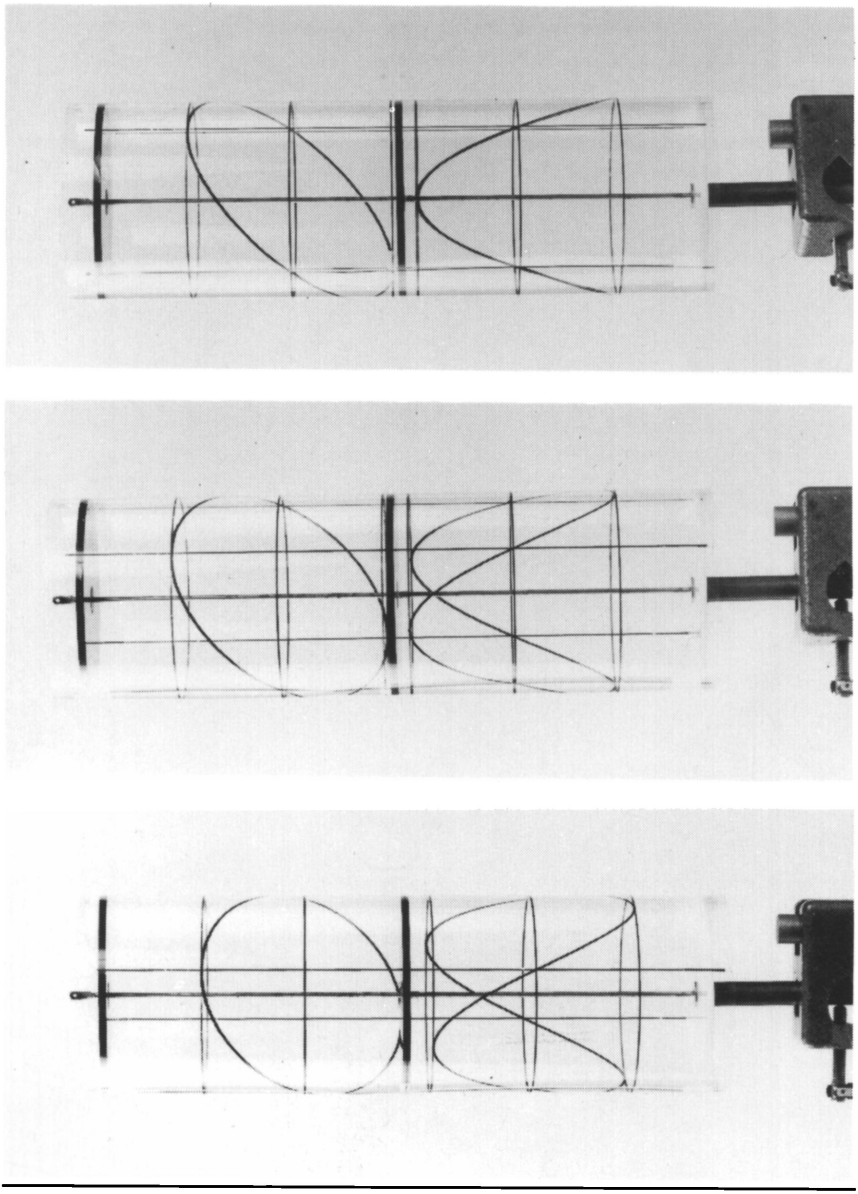


Fig. 8.22

A. APPENDICE

LE CARTE

Le "carte" qui riprodotte, disegnate con precisione elevata, servono per essere fotocopiate, ottenendo così matrici per esercizi.

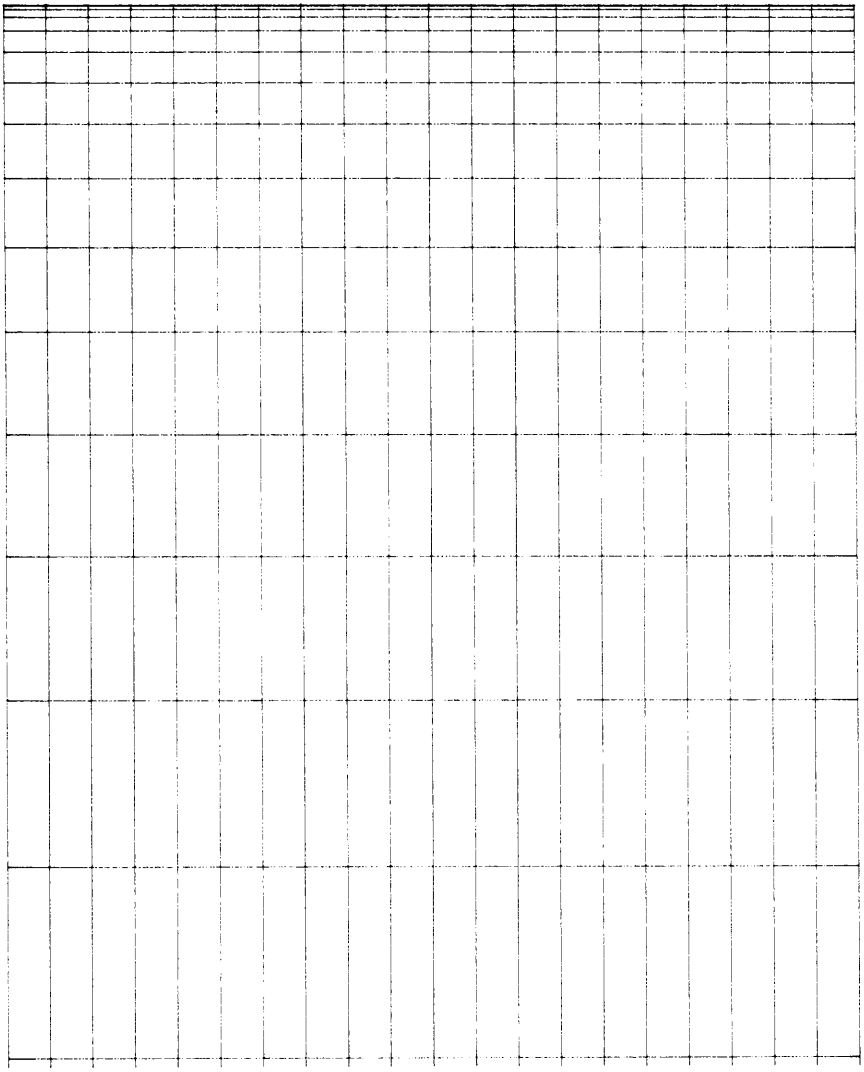


Fig. A.1 Carta 1

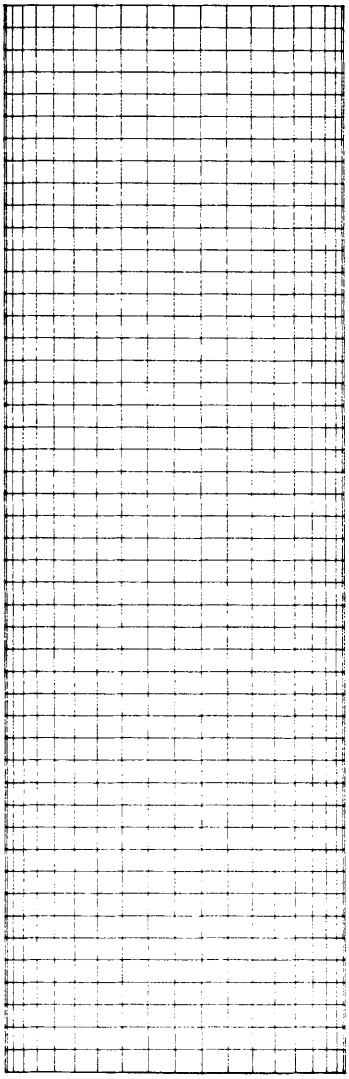


Fig. A.2 Carta 2

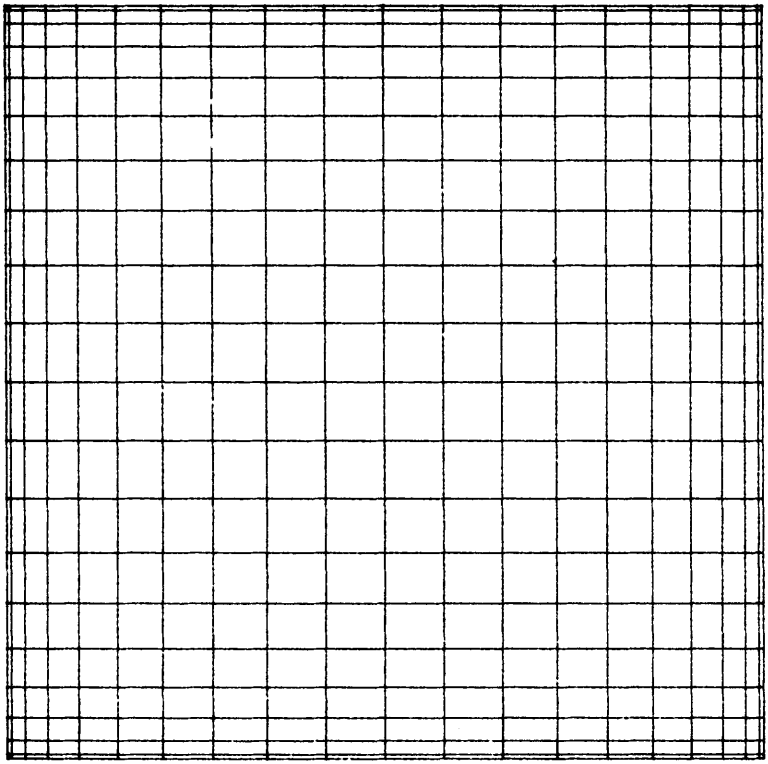


Fig. A.3 Carta 3

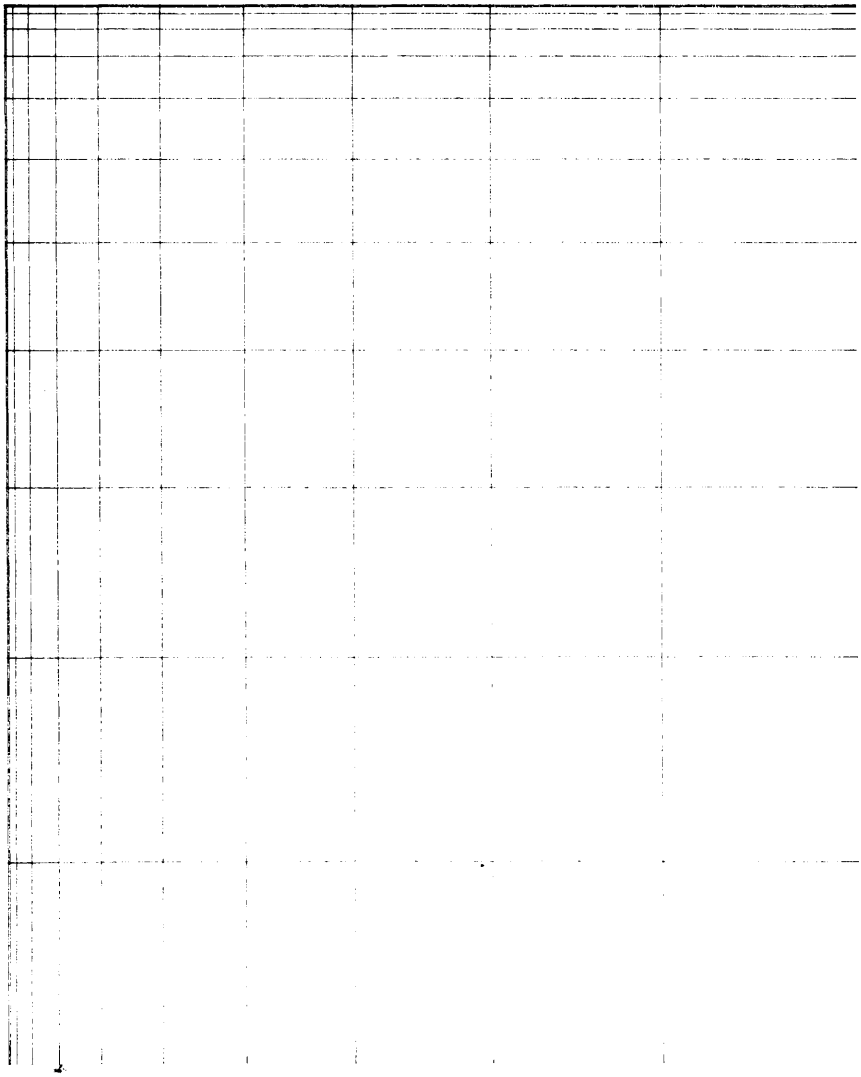


Fig. A.4 Carta 4

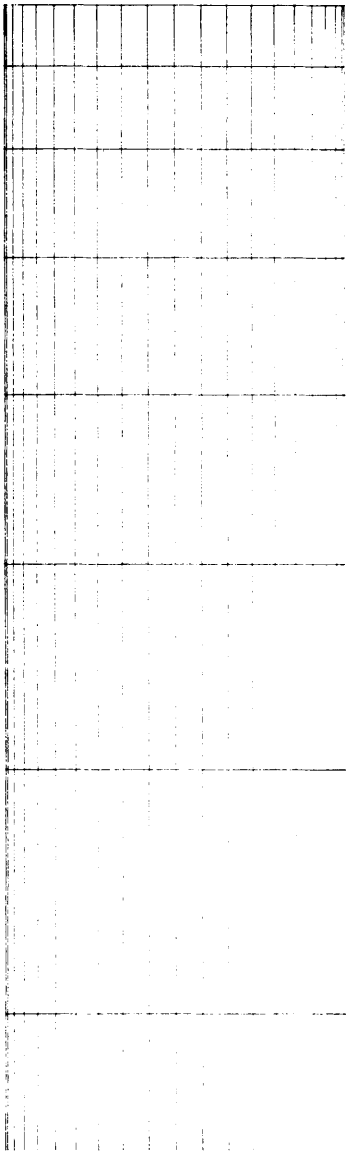


Fig. A.5 Carta 5

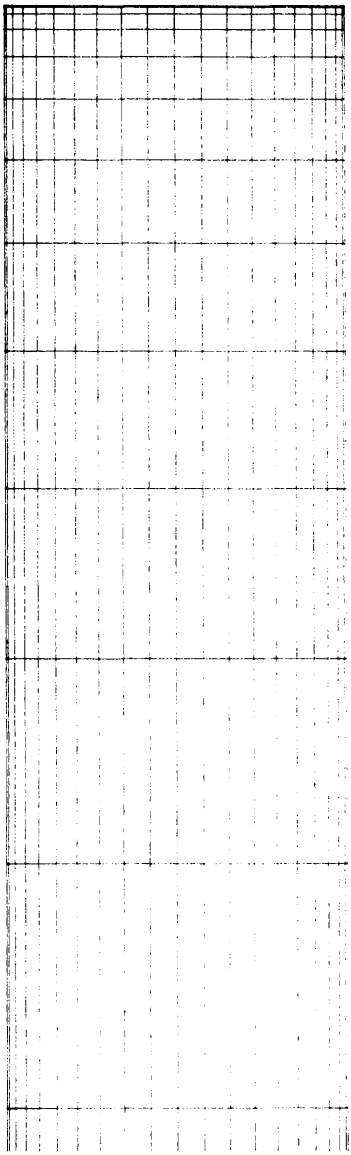


Fig. A.6 Carta 6

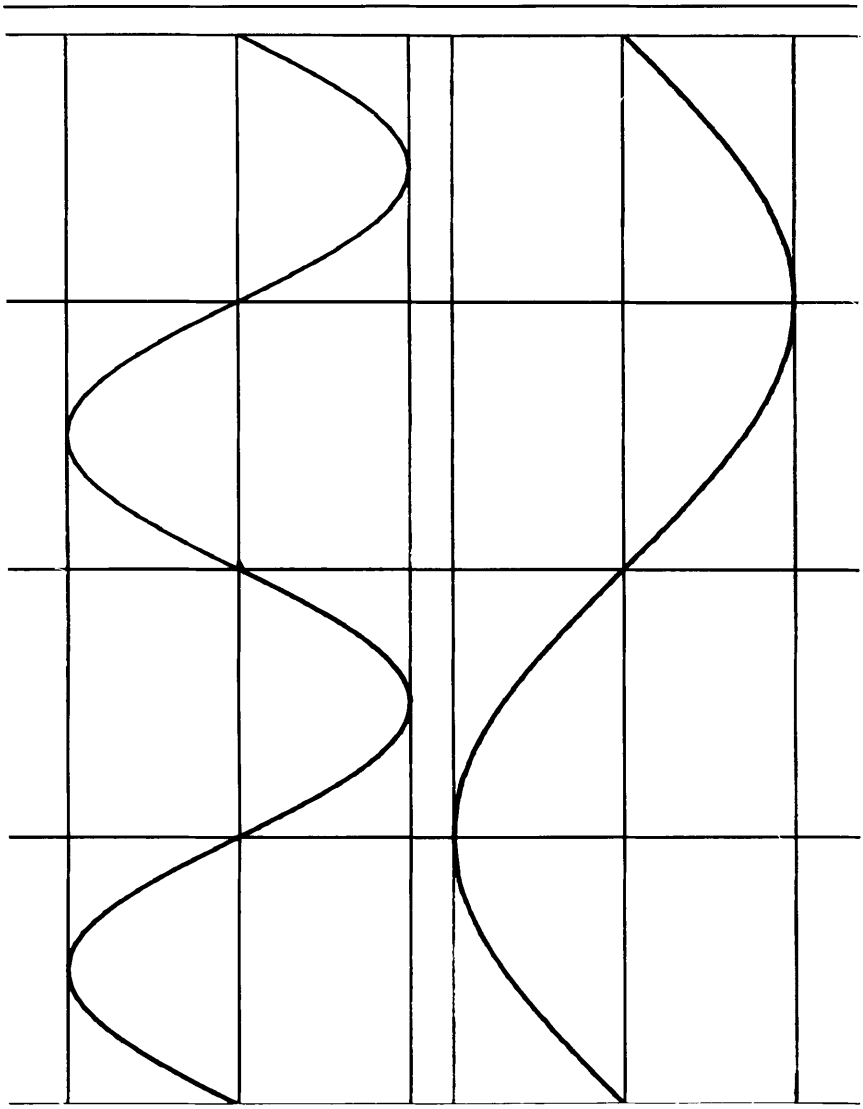


Fig. A.7

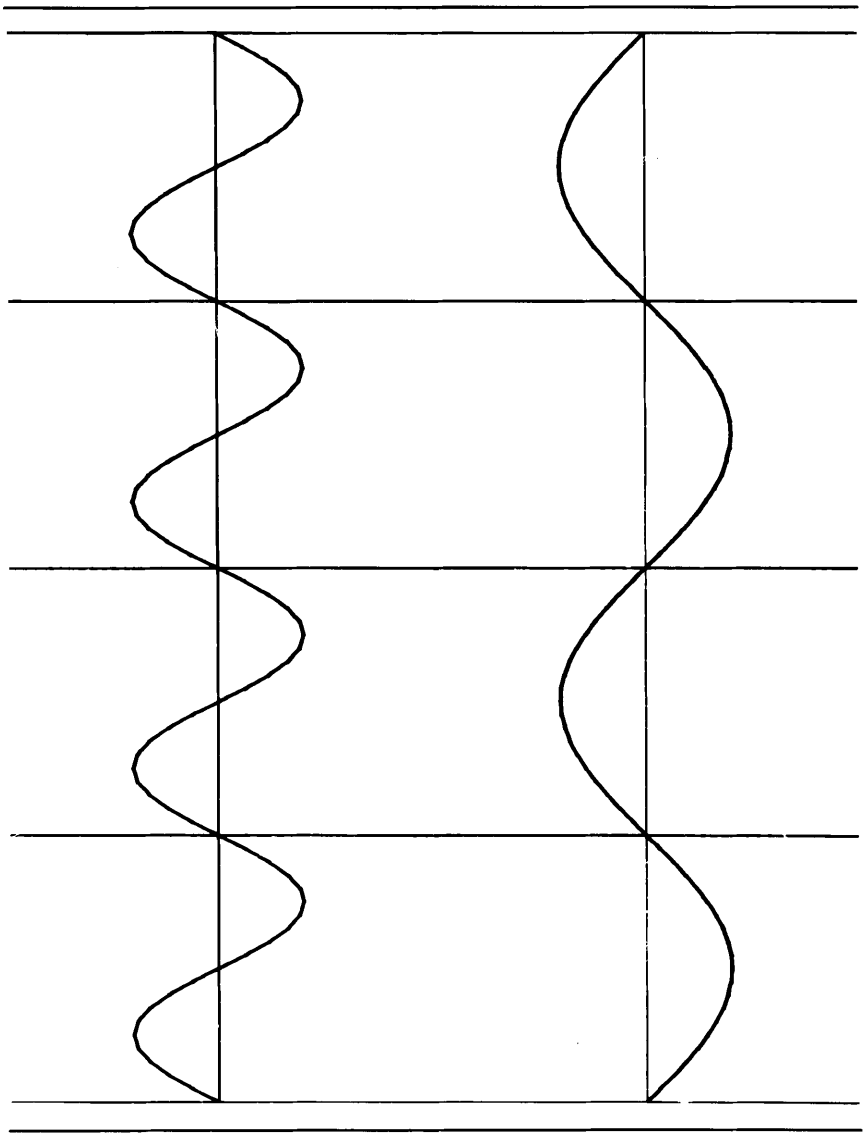


Fig. A.8

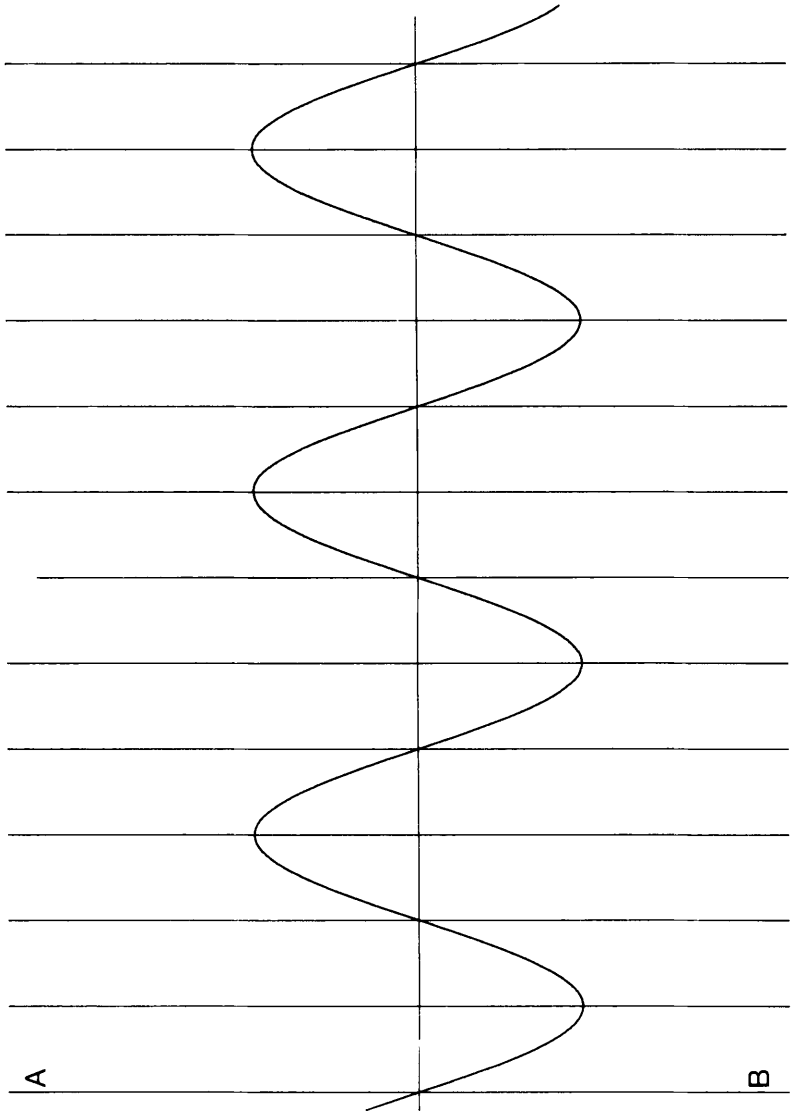


Fig. A.9

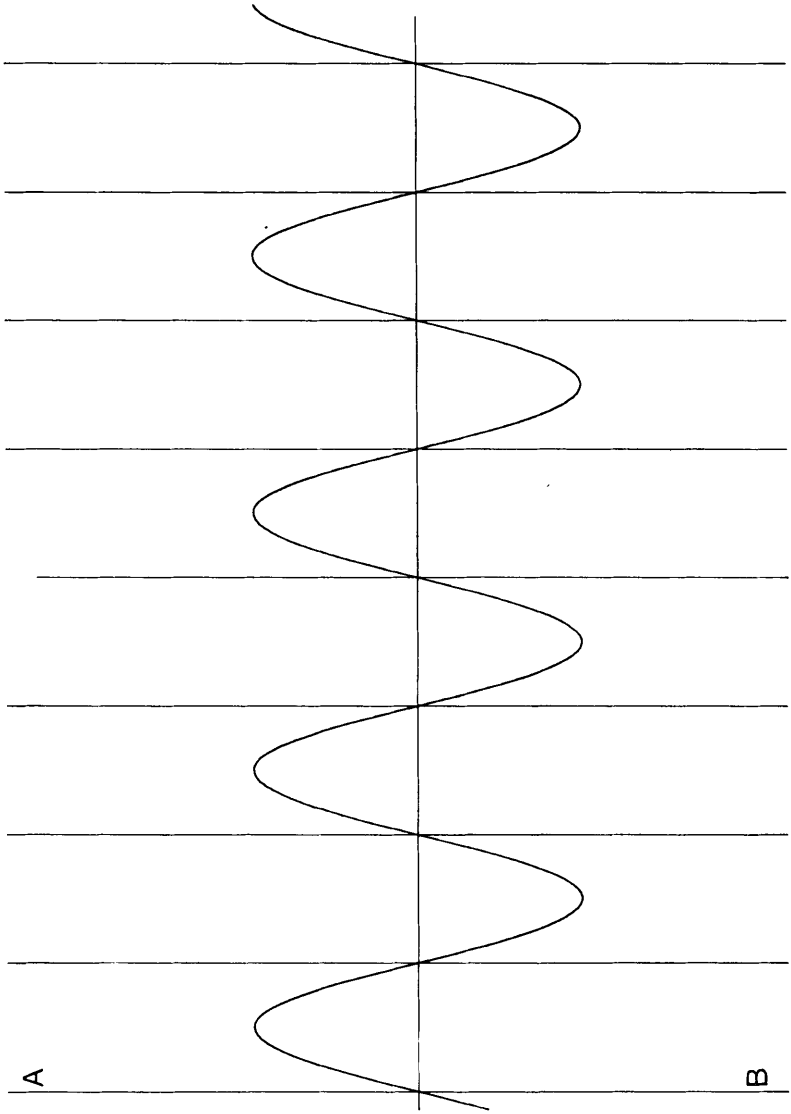


Fig. A.10

INDICE ANALITICO

INDICE ANALITICO

Premessa

L'indice analitico che segue può far nascere molte perplessità a causa della sua ampiezza. È perciò necessario spiegarne l'origine: essa va collocata nel contesto di alcune riflessioni, che hanno dato luogo a proposte didattiche rivolte agli studenti e a esperienze condotte con loro. L'autore è convinto che lo studio di un libro di testo lascia una traccia meno labile se lo studente, mentre esamina il testo, ne compone un indice analitico. Si tratta di una strategia elementare per evitare una eccessiva dipendenza dalla memoria che, con l'andare del tempo, perde di lucidità; d'altra parte lo stesso processo di memorizzazione trae vantaggio dal fissare per iscritto i riferimenti più importanti: sono ben note le difficoltà incontrate da chi non studia mai con carta e matita. Di fatto, sono pochi gli studenti che si accorgono della utilità e dell'importanza di ciò. Nonostante lo scarso numero degli interessati, qualche anno fa si riuscì a portare a termine un lavoro collettivo che impegnò più di una ventina di persone. L'autore aveva proposto di costruire un indice analitico di un'opera di storia della matematica (Boyer Carl, *Storia della matematica*, Milano - Mondadori, 1980). Lo spoglio venne fatto a mano, ma venne poi memorizzato su nastro per realizzare, mediante programma, l'ordinamento alfabetico delle voci e, all'interno di una voce, l'ordinamento delle pagine. Lo stampato finale, composto da oltre cento pagine, è poi stato messo a disposizione per le consultazioni in classe.

L'idea di tentare uno spoglio elettronico di un testo completamente memorizzato su supporto magnetico era non poco allettante. Tuttavia, solo mettendo mano al problema, ci si accorge che la realizzazione è meno banale di quanto possa apparire a prima vista.

Nel caso attuale, per preparare l'indice,l'autore ha pensato una distribuzione del lavoro nei seguenti momenti:

1. Introduzione di un carattere atto a segnalare, in modo inequivocabile, il cambio di pagina nel testo memorizzato su disco (e utilizzato per la fotocomposizione). L'esecuzione di questa operazione richiede una continua consultazione della bozza definitiva.

2. Preparazione di un "serbatoio" S di parole da eliminare perché insignificanti ai fini della costruzione di un indice analitico; l'arricchimento del "serbatoio" avverrà in fasi successive.

3. Estrazione delle singole parole da ogni riga del testo: eliminazione di quelle contenute in S; memorizzazione delle rimanenti con il relativo numero di capitolo e di pagina.

4. Ordinamento alfabetico delle parole.

5. Eliminazione della ripetizione di forme uguali, conservando il riferimento di capitolo e pagina e accodandolo alla prima delle occorrenze di ogni singola forma.

6. Lemmatizzazione delle parole (es. *andò* trasformato in *andare*).

7. Ripetizione delle operazioni 4. e 5, perché la sostituzione di una parola con il suo lemma può alterare l'ordine alfabetico e perché la sostituzione genera ripetizione di forma.

8. Ulteriore abbattimento di parole che vengono stimate inutili.

9. Distinzione degli omonimi nei relativi lemmi.

10. Distinzione, in specifiche locuzioni, di parole aventi molte occorrenze, oppure aventi molti impieghi (es. *asse*).

L'indice che segue costituisce una applicazione (incompleta) dello schema indicato. Mediante la costruzione di programmi adeguati è stato possibile eseguire automaticamente la maggior parte delle operazioni citate.

Ogni tentativo di rendere automatica l'operazione 6 ha condotto a risultati insoddisfacenti perciò, alla fine, l'operazione è stata eseguita tutta "a mano".

L'operazione 8, da eseguire "a mano" o creando un opportuno serbatoio, è risultata la più imbarazzante. A questo proposito rimane nell'autore l'impressione di aver abbattuto qualche parola significativa e di avere conservato molte parole inutili.

Le operazioni 9 e 10 sono state appena iniziate a causa degli stretti limiti di tempo; infatti l'indice non può essere preparato prima della correzione dell'ultima bozza, quando ormai urge la consegna del fotocomposto per la stampa.

Alcune parole (es. *punto*) sono state eliminate a causa dell'elevato numero di occorrenze; altre, eliminate in un primo momento (es. *composizione*), sono state poi recuperate evitando le citazioni inutili (ad es. le citazioni del titolo *Composizione di moti su assi ortogonali*).

In conclusione, anche se criticabile (a buon diritto), l'indice non sembra privo di utilità. È assai facile, ad esempio, rintracciare gli esperimenti descritti o i problemi posti; basta infatti rammentare un oggetto impiegato o il materiale di cui è costituito un corpo o un'operazione eseguita (v. *acqua, ghiaccio, led, massa, pendolo, moneta, flash, serflex, Polaroid, tavola, avvolgere*). Se una parola ha molte occorrenze e si ricorda un'altra parola facente parte del contesto, la ricerca è semplificata perché ridotta agli elementi dell'insieme intersezione delle occorrenze. Altre volte, la seconda parola può essere utile per individuare le citazioni della prima che non contengono la seconda.

Dando un'occhiata all'indice analitico, non sfugge la frequenza di alcune parole, quali: *confrontare/confronto, controllare, correggere/corretto/correzione, costruire, domanda, errore, esame/esaminare, esempio, interpretare/interpretazione, misura/misurare, osservare, precisione, reppresentare, rilevare, verifica/verificare*. Basta questo per cogliere ciò che l'autore considera importante dal punto di vista didattico. Si sarebbe aggiunta volentieri anche la coppia *mano/manuale*, ma la citazione non sarebbe corretta perché l'indice analitico non distingue tra *manuale* aggettivo e *manuale* sostantivo.

Si segnala, infine, che il lavoro impostato per l'indice analitico ha avuto una ricaduta interessante: alcuni errori di battitura, sfuggiti a tutte le verifiche precedenti, sono apparsi evidenti, nell'indice, quali "apax" del testo.

Avvertenza

Il ricorso al seguente indice analitico per cercare nel manuale la definizione di qualche termine è generalmente destinato all'insuccesso; infatti il manuale, cui l'indice rimanda, è una raccolta di proposte e di riflessioni rivolte agli insegnanti: esso suppone, in generale, la conoscenza di base dei concetti ivi trattati.

a

abilità 4-64 5-19
abilitare 4-4
abituare 5-16 6-47
accelerare 8-11
accelerato 1-5 4-2 4-7 4-20 5-11 8-2 8-8 8-9 8-11
accelerazione 1-4 4-20 4-24 4-30 5-11 5-25 6-34 7-11 8-4 8-6 8-9 8-11 8-16 8-19 8-20 8-26
accendere 2-2 2-4 4-1 4-5 5-5 5-19
accensione 7-9
acciaio 5-25 5-26 6-42
accorciato 4-5
accordo 6-6 6-41 6-42 6-43 7-10
accostare 8-2 8-12
accuratezza 3-8
accurato 1-8 3-2
acqua 5-16
acquisire 3-7 3-9 6-47
acquisizione 8-2
acquistare 5-19
acustico 3-7
addizione 6-48
adesivo 5-32
afferrare 6-35
affidabile 4-58
aforisma 6-7
agenti 6-34
agevolare 1-8
agevole 3-2 6-41
agganciare 5-25 6-47
aggiornamento 4-4
aggiungere 4-60 4-63 5-15
aggiustamento 6-35
aghi 3-2 3-7 4-64 5-7
agilità 6-47 8-2
agire 3-26 4-2 4-30 4-54 5-19 5-22 5-32 5-39
alfabetico 4-56
alfanumerica 5-5
alimentare 3-7 4-5 4-6 4-64 5-5 6-35
alimentazione 5-32
allenamento 6-35 6-42
allineamento 6-39
allineare 6-39 8-1
alluminio 5-32
alterare 4-30 8-11
alternativa 4-63
alternato 6-44
alterno 5-25 6-9
alunno 4-59 4-60 4-61 4-62 8-3
ambiente 2-7 3-10
ammobiliato 5-16
ampiezza 4-2 4-21 5-9 5-16 5-22 5-25 5-27 6-48 7-3
ampio 4-24 4-30 5-9
ampliare 5-1 8-1
analisi 1-1 1-4 3-2 6-44 8-11
analitico 5-38 6-7 6-11 8-25
analizzare 5-40 6-45
analogia 3-9 3-10 7-10
analogo 5-7 8-7 8-9 8-28
andamento 6-62
anello 5-25 6-41
angolare 6-10 6-11 7-10 8-12
angolo 4-2 4-21 5-2 5-19 6-2 6-3 6-4 6-6 6-9 6-10 6-12 6-35 7-9 8-12 8-22 8-26
- di fase 4-21 6-47 6-48 6-62 8-22
- di proiezione 6-4 6-6 6-16
- di sfasatura 6-50 8-7 8-22
- di sito 6-4 6-16
animazione 7-6
annotazione 1-4 3-11 5-1 5-3 5-15
anomalia 4-5 5-7 5-9 5-11
anticipare 6-42
apparecchiature 5-32
apparecchio 1-4 5-16 5-17 5-19
apparire 1-2 2-1 2-4 2-6 3-5 4-54 5-25 6-39 6-44 8-1
appartenere 5-2 5-6 8-1 8-19
appendice 6-62 8-2
appeso 8-22
applicabile 3-26
applicare 1-3 2-2 2-4 2-6 3-5 5-4 5-16 5-22 6-42 6-44 6-45 6-58 8-1 8-22
applicazione 1-1 6-10 8-22 8-26
apprendere 8-6
apprendimento 1-3
approfondimento 1-5 4-38 5-11 6-47
approfondire 3-10
approssimazione 3-3 3-8 4-40 4-42 5-40 5-41 6-4 6-42 7-9
arbitrario 3-9
archiviare 2-2 2-7
arco 3-3 6-44
arcotangente 8-25
argentata 2-2 2-4 2-6
argomentare 8-11
argomento 1-1 3-10 6-1 6-16 6-38 6-44 6-58 6-62 7-1 7-9 8-22 8-25 8-37
aritmetico 1-8 3-7 3-8 8-11
armonico 1-5 4-2 4-7 4-21 4-39 4-42 5-17 5-25 5-30 6-44 6-47 6-62 7-1 7-10 8-1 8-6 8-7 8-9 8-12 8-22
arrangiarsi 6-1
arrestare 3-1 4-54 4-56 4-60 4-65 4-66 5-5 7-6
arresto 3-9 3-10 4-54 4-55 5-5
arrivo 6-6
arrotolare 6-62

arrotondare 7-9
articolato 4-38 7-9
artificiale 5-39
artificio 1-5 6-47
ascendente 6-6
ascensore 5-16 8-20
ascissa 4-33 4-55 6-3
asintoto 6-11
aspettare 5-15
aspetto 3-6 3-10 5-1 5-7 5-19 5-39 6-34
asse 1-6 3-6 4-20 4-21 4-31 4-39 4-56 4-59 5-19 5-25 5-33 6-45 8-1 8-2
- dell'ellisse 6-48 6-49
- dell'iperbole 6-11 6-12
- maggiore 8-22
- minore 8-26
- del moto 8-7
- ottico 3-10
- del paraboloide 6-10
- di rotazione 6-62
- del segmento 6-62
- dei tempi 3-10
assegnare 3-10 3-11 4-33 5-1 5-30 6-2 6-3 6-11 8-19
assegnazione 4-30
assente 8-19
assenza 3-26 4-30 4-38 5-18 5-26 5-27 6-2 6-6 8-16
associare 5-2 5-3 5-19 5-32 6-42 8-26
associazione 5-25
assoluto 3-26
assumere 3-7 3-11 4-54 5-25 6-6 6-7 6-16 6-54 6-62 7-11
asta 6-9 7-1
astratto 5-18 5-38
astrazione 1-1 1-3 3-10 5-1 6-47
atmosfera 6-3
attento 5-11 5-39 8-22
attenzione 1-6 1-8 3-2 3-8 4-56 5-38 7-10
attesa 1-3 6-3
attivare 2-1 5-7 5-15 5-39
attività 2-1 5-18
attraversare 6-39
attrito 1-5 3-7 4-39 6-1 6-2 6-6 6-35 6-42 8-16 8-19 8-22
automatico 5-3
automatismo 5-3
avanzamento 4-64 5-3 5-6 5-7 5-39
avanzare 3-10 5-1 5-5 5-16
avvalersi 5-18
avvertenza 3-1 3-5 3-10 4-1 4-6 4-64 5-6
avvertimento 3-7
avvertire 3-7 4-64 6-7 8-12
avvicinamento 6-4
avvolgere 8-37

b

backup 2-1
bagno 5-16
banco 5-7
barra 5-1 5-3 5-26 5-27 6-41 6-42
base 3-8 4-2
battere 4-60 5-1 5-3
batteria-tampone 4-3
battimenti 4-42 7-10
battiti 5-16
bersaglio 6-2 6-3 6-4 6-6 6-7 6-10 6-16 6-32 6-34
bibita 5-16
biennio 1-5
bilancia 5-16
biquadratica 6-11 6-49
bisettrice 6-6 6-7 6-10 6-11 6-12 6-48 6-49
bitangente 6-11
bloccare 4-54 4-67
bordi 3-5 3-6
brevità 8-22
bronzo 1-2
bs/del 4-61
buio 6-35
burocrazia 5-40

c

caccia 4-38
cadere 6-6 6-7 8-9 8-12 8-16 8-19
caduta 1-3 5-2 5-3 5-11 5-15 5-16 7-1 8-12 8-14
calcandolo 1-2
calcolare 3-5 3-9 4-38 4-63 5-16 6-1 6-8 6-12 6-16 6-34 6-42 6-49 6-54 7-11 8-19 8-20 8-26
calcolato 1-6 3-8 4-38 5-9 6-2 6-6 6-7 6-42 8-26 8-28
calcolatore 1-1 1-3 1-4 1-5 1-8 3-26 4-1 4-3 4-58 5-4 5-5 5-18 5-19 5-22 5-25 5-30 5-39 5-40 5-41 6-2 6-3 7-1 7-10 7-11
calcolatrice 4-2
calcolo 1-3 3-8 3-26 6-2 6-3 6-6 6-7 6-32 6-34 6-50 6-51 8-1 8-12 8-16 8-19 8-22 8-26
calendario 4-4
cambiamento 4-4
cambiare 3-3 4-1 4-3 4-55 4-56 4-57 5-6 5-16 6-34 7-1
campo 1-4 4-30 4-38 5-3 5-15 6-2 6-32 6-34 6-47 8-11 8-14
cancellare 4-2 4-60 4-61 4-62 5-3 5-11 7-9
cancellatura 4-62
cancellazione 4-62
canestro 6-1

cannuccia 5-16
capace 5-18 6-38
capire 5-9 5-39
capo 4-56 4-57 4-67 5-1 5-5 5-6 5-7 5-9 6-42 7-1 8-22
capocchia 8-1
carattere 1-2 2-4 2-6 3-1 4-2 4-64 5-3 5-7 5-15
caratteristica 4-64 6-7 6-16
caratterizzare 5-39 6-34
cardiaco 5-16
carica 3-10 6-1
caricare 5-5
carrello 5-1 5-6 5-7 5-9 5-32 5-33 6-42 6-43 6-44 6-45 8-9 8-11 8-22
carta 1-2 3-2 3-7 4-5 4-6 4-64 5-3 5-5 5-6 5-7 5-16 5-19 6-47 7-10 8-1 8-2 8-3 8-6 8-7 8-8 8-9
cartesiano 1-4 1-6 3-2 4-5 5-38 6-47 8-1 8-7 8-22
casa 1-1 5-7 5-16 5-40
casuale 5-7 5-18
categoria 7-11
causa 5-16 5-18 5-25 5-39 5-41 6-7 6-42 6-47
causare 4-2
cautela 2-2 2-4 2-6
centimetro 3-2 4-2 4-54 5-25
centrale 4-30 4-64 6-42 8-3
centrare 4-58 4-67 7-10
centro 3-3 4-30 4-64 5-25 6-9 6-11 6-35 6-42 6-48 6-49 7-1 8-11 8-26
cercare 5-9 5-16 5-33 5-40 6-2 6-4 6-7
cerchio 1-2 6-16 6-44 8-9
chiamare 4-63 6-7
chiamata 3-7 4-58 4-61 4-62
chiarezza 3-9
chiarimento 4-8 4-30 4-62 5-40 7-10
chiarire 3-8 4-2 4-30 4-60 5-7 5-18 6-47
chiedere 5-17 8-3
Chisini 6-7
chiusura 5-9
ciclo 3-2 4-54 4-56 4-57 4-65 4-66 7-9
cilindretto 6-41 7-1 7-10
cilindro 6-62 8-37
cinematica 1-5 1-6
cinematico 1-4 1-5 3-11 8-12
cinetico 6-6
circolare 6-44 6-47 6-48
circonferenza 1-2 5-19 6-9 6-11 6-47 6-48 6-49 6-50 8-1 8-7
circostante 5-9
circuito 5-32 6-35 6-45 8-11
classe 1-4 4-59 4-61
classnet 2-7
clima 5-1
coincidenza 4-58
coincidere 5-18 6-62
collegabile 4-1
collegamento 5-19 5-38 6-45
collegare 2-7 5-30 6-2
colpire 6-7 6-16 6-34
comandare 3-3 3-7 4-64
comando 2-2 4-58 4-60
combinazione 1-5 4-2
commentare 5-18 8-3
commento 1-2 1-8 4-6 4-59 4-60 4-61 4-63 8-9
commettere 4-38 5-33 5-41 8-4
compagno 1-4 6-2 7-11
comparare 3-10
comparire 1-6 2-1 2-6 3-1 3-6 4-1 4-3 4-5 4-6 4-7 4-8 4-20 4-21 4-30 4-32 4-33 4-38 4-54 4-55 4-56 4-60 4-66 5-26 6-39 6-43 7-6 7-10 7-11 8-20
compasso 1-2 4-55 4-63 5-18 6-50
compatibile 3-26
compiere 5-16 5-25 5-33 5-38
compito 5-39 6-2 6-35
complemento 1-5 6-62 8-12
complessità 5-41
completare 4-58 4-67 6-39 6-45 6-54 8-26
completo 5-16 6-54
complicato 3-9
complicazione 4-62
componente 1-3 4-7 4-55 4-57 5-11 5-13 5-19 5-25 6-4 6-16 6-47 8-1 8-2 8-7 8-16 8-19
componibile 7-1
comporre 4-2 5-30 6-44 6-62 7-9 8-1 8-2 8-6 8-7 8-8 8-9 8-22 8-37
composizione 4-1 4-7 5-30 5-32 6-45 6-47 8-9
composto 1-5 8-1 8-2 8-3 8-6 8-11
comprendere 4-30 4-55 6-42 8-22 8-26
comprensione 4-38 5-16
computer 2-1 2-2 2-4 2-7 4-1
computo 4-54 5-16
concentrico 6-16
concetto 1-4 1-5
concettuale 1-3 6-45
concludere 3-2 3-8 4-39 5-15 5-32 6-35 7-11 8-11
conclusione 5-6 6-8 6-10 6-34 6-50 7-11
concretizzare 5-17
concreto 1-1 3-5 5-39 6-47
condizione 1-3 1-4 4-38 4-56 5-5 5-15 5-26 5-27 6-1 6-5 6-6 6-7 6-10 6-11
confermare 3-2 4-4 4-6 4-7 4-8 4-20 4-21 4-32 4-33 4-39 4-54 4-56 4-57 5-40 6-48 8-11 8-22
confondere 6-42 6-44 8-8
confrontare 4-57 5-16 6-44 6-50 7-1 8-3 8-20
confronto 1-4 3-3 3-6 4-56 5-15 5-18 5-19 5-25 5-40 6-43 6-47 6-54 7-11 8-2
confusione 4-56 4-58 5-16

congettura 6-6 6-7 6-10 6-44 7-11 8-22
congiungere 6-4 6-6 6-10 6-34
conica 6-7 6-48
connettere 4-54 6-10 6-34 6-47
conoscenza 1-5 6-1 6-34
conoscere 1-2 3-10 4-42 5-4 5-9 5-16 6-34 8-1
consecutivo 3-10 4-6 5-2 5-3 5-15 8-2 8-20
consegnare 4-59
conseguire 5-41 8-1
conservare 3-2 4-38 4-56 4-57 4-58 4-59 4-64 6-7
considerare 6-54 8-16
consigliabile 2-1
consultare 5-9 7-10
consultazione 4-1
contare 5-16 6-11 7-10 8-19
contatore 5-25 5-27 6-39 6-41
contatto 1-8
contenere 2-2 2-4 2-5 2-6 4-2 4-6 4-42 4-58 5-9 5-25 7-1 8-12
contenuto 1-5 2-2 5-18 6-34
continuare 4-2 4-40 4-55 4-56 4-60 4-63
continuazione 4-56 8-11
continuo 3-10 4-55 4-61 4-64 5-5 5-32 5-33
conto 4-39 5-25 6-2 6-48 6-49 7-9 7-10 8-2 8-20
contorno 8-26
contrario 1-3 3-26 5-7
contrasto 4-2
contributo 1-3
controllare 1-5 3-7 4-1 4-2 4-5 4-8 4-21 4-30 4-38 4-39 4-54 4-59 5-9 5-16 5-19 6-35 6-39 7-3 7-9 7-10
controllo 1-5 1-6 3-7 3-8 4-3 4-5 4-6 5-25 5-33 5-41
convenzione 3-1 3-2
coordinate 3-2 4-30 4-32 4-33 4-38 4-59 5-38 6-5 6-16 7-9 8-26
coordinati 6-48 6-49 8-26
copia 1-3 2-1 2-2 3-7 4-64
copiare 2-2 2-3 2-4 2-6
coppia 4-30 4-33 5-6 5-25 5-38 6-5 8-1 8-3 8-12
corda 6-44
corpo 1-1 1-3 1-4 1-5 3-10 4-38 5-1 5-3 5-11 5-15 5-26 6-1 6-34 6-35 6-47 7-1 8-12 8-16 8-18 8-19 8-22
correggere 3-2 4-61
corrente 4-58
correttezza 5-25
corretto 3-7 4-58 4-64 5-7 5-13 6-1 8-1 8-14 8-18 8-26
correzione 1-8 3-7 4-3 4-4 4-5 4-38 4-59 4-60 5-41
corrispondente 1-1 3-3 4-1 4-3 4-5 4-55 4-57 4-58 4-60 4-62 4-63 5-9 5-13 6-2 6-34 6-39
corrispondenti 3-2 4-2 4-55 5-11 6-16
corrispondenza 3-7 4-30 4-58 5-11 5-38 8-2 8-22
corrispondere 4-31 5-20 5-25 6-6 6-50 8-6 8-20
corso 1-4 1-5 1-8 6-1 7-1
cos 6-10 6-11 6-16 6-17 6-49 6-50 8-26
costante 3-11 5-2 6-2 6-11 6-43 6-47 6-58 8-9 8-12 8-20 8-22
costanti 1-4 4-38 5-3 6-11 6-34 8-12
costruire 1-4 3-6 3-7 3-9 4-22 4-55 5-1 5-7 5-11 5-16 5-17 5-32 5-40 6-9 6-34 6-42 7-1 7-3 7-11 8-2 8-3 8-19 8-28
costruzione 1-1 3-1 3-2 4-22 5-33 6-9 7-1 7-2 7-3 8-1 8-12
creatività 5-18
criterio 3-1 3-6 3-7 3-10 4-55 4-58 5-11 8-1
critica 5-1
criticare 5-1
critico 7-10 8-11
crocetta 4-30 8-26
cromatura 5-32
cronometro 4-54 5-16
cubetto 5-16
cucchiaio 5-16
cultura 5-18 5-39
cura 4-6 4-64 5-6 5-32 6-62 7-10 8-12
curva 3-3 6-47 6-48 6-62
cuscinetto 6-41

d

dado 6-41
data 1-3 2-1 3-7 4-1 4-3 4-4 4-7 4-38 4-39 4-58 5-41 6-1 6-35 6-45
decimale 3-8
decrescere 6-49 8-12
dedurre 1-1 5-27 6-9 6-10 6-47 8-6
definito 5-38 6-7
definizione 6-5 8-6
deformare 3-5
deformazione 3-3 3-7 6-49
degenerare 8-11
degenere 6-49
demitizzazione 5-41
derivare 1-3 1-8 5-19
descrivere 1-2 1-3 3-8 4-55 5-3 5-22 5-30 6-42 6-44 6-45 6-47 7-2 7-11 8-37
descrizione 3-5 4-6 4-54 4-58 7-2
destro 2-2 2-4 2-6
determinante 5-41
determinazione 6-50
dettaglio 5-5
diagonale 5-16 5-25 8-2
diagramma 1-6 4-54
diagrammma 3-9
diametro 4-31 5-19 6-50 7-1 8-1
diapason 6-44
diapositiva 6-39

lidati 1-1 1-5 1-8 3-2 3-9 4-38 5-1 5-32 8-6
difetto 5-7 5-11
differenza 4-32 7-10 8-12
differire 5-5 5-27
difficile 2-8 3-1 5-7 5-22 6-1 6-6 6-62 8-26
difficoltà 3-9 4-55 5-32 6-35 6-42 8-9 8-11
digitale 4-54 4-55
digressione 6-11
dimensione 3-26 4-6 5-7 5-15 5-25
diminuire 4-40 5-16 6-35
diminuzione 4-2
dimostrare 1-3 6-7 6-10 6-48 6-49
dimostrazione 1-2 5-3 8-11 8-16
dinamica 6-34 6-35 6-47
dipendere 3-2 3-9 3-10 3-26 5-16 6-35 6-43 6-49
directory 2-5
diretto 3-5 4-64 6-4 6-7
direttrice 6-7 6-10
direzione 3-10 4-5 6-1 6-2 6-4 6-6 6-7 6-34 6-44 6-45 6-48 6-49 8-4
disagio 3-8
discendente 6-6
discesa 8-22
dischetto 2-1 2-2 2-3 2-4 2-5 2-6 2-7 4-1
disco 3-1 4-6 6-35 7-1
discutere 4-57 7-11
disegnare 1-1 1-2 1-3 5-38 6-62 7-9 8-1 8-2 8-19 8-20
disegno 5-2 6-2 6-3 6-62 8-20
disinvoltura 5-39
disk 2-3 2-4
dispari 5-3 5-11
disponibile 4-2 4-21 4-61 5-7 6-2
disporre 3-3 3-26 4-30 4-42 4-58 4-63 5-11 5-18 6-42 6-62 7-1
dispositivo 1-1 3-8 3-10 5-7 6-38 6-39 7-2 8-20
disposizione 4-24 4-63 8-2
distanza 3-3 3-7 3-10 5-25 6-2 6-50 6-62 7-10 8-12 8-19
distare 5-15
distinguere 1-1 3-11 5-8
distinguibile 3-26
distinto 1-8 3-11 4-56 4-57 4-58 6-47 8-2
distinzione 1-4 5-25
distribuzione 5-18 6-58
ditta 5-32
dividere 6-1 6-49
divisione 8-1 8-7
diviso 4-54
documentazione 4-64 5-18
domanda 1-8 3-1 3-2 3-3 4-7 4-8 4-20 4-21 4-22 4-32 4-33 4-38 4-39 4-54 5-15 5-40 5-41 6-1 6-3 6-32 6-34 6-43 7-1 7-11 8-4 8-19 8-20 8-26 8-37
doppio 5-19 5-20 5-25 5-27 6-6 6-11 6-47 6-48 6-58 8-4
dosare 6-1
dotazione 7-1
drammatizzazione 6-1
drive 2-1 2-2 2-3 2-4 2-5 2-6 2-7
duplicato 8-11
duplicazione 6-58
durare 6-42
durata 8-19

e

eccezione 4-60
eclisse 6-35
eclittica 7-11
effetto 3-10 6-1 7-11
efficace 1-1 3-8 5-2 5-17 5-40 6-1 6-12 6-45
efficacia 1-3
eguagliare 6-51 8-6
eguale 3-2 4-30 5-11
elaborare 1-1 1-8
elaborazione 1-5
elasticità 6-43
elastico 5-33 6-47
elementare 1-3 8-2
elemento 4-38 4-55 5-39 5-41 6-1 6-2 6-6 6-11
elencare 4-2 4-63 5-5 5-6 7-11
elenco 2-2 4-7 4-55 4-59 5-5 7-11
elettrico 3-10 6-44 6-47
elettrodinamica 5-41
elettronico 5-19 5-32 5-40 6-47
elevatore 8-20
elicottero 6-1
eliminare 5-6 5-9 5-11 5-38 5-40 6-5 6-11 6-49
eliminazione 3-2 5-38
ellisse 6-47 6-48 6-49 6-50 8-22 8-26
elogio 5-19
elongazione 4-21 6-42 6-50 8-22
emettere 3-10 6-44 6-45
emissione 3-7 5-32
energia 1-5 3-10 4-2 4-7 4-8 4-21 4-39 4-40 4-42 4-43 4-59 5-22 5-27 5-33 6-2 6-3 6-6 6-10 6-42 6-44 7-3 7-9
enumerare 4-59
enunciare 1-3 3-6 6-10
enunciato 6-34 8-6
equabile 8-11
equazione 1-4 4-38 4-59 4-60 4-61 4-62 4-63 5-38 6-5 6-6 6-7 6-8 6-11 6-47 6-48 6-49 6-50 8-25 8-26
equidistante 6-39 7-1
equilibrio 8-22

equivalenti 5-9 7-11
equivalere 4-57 6-7 7-11
equivoco 1-8 5-18 6-44 8-2
errato 3-2 3-6
errore 3-2 3-3 3-7 3-8 4-38 4-56 4-58 4-60 5-7 5-11 5-27 5-33 5-41 6-2 6-42 7-10 7-11 8-2 8-4 8-19 8-26
esame 3-2 3-10 4-1 5-7 5-15 5-22 6-16 6-44 6-47 6-48 6-54 8-26
esaminare 1-5 3-9 4-67 6-6 6-35
esattezza 3-7
esatto 3-2
esaurimento 5-27
esaurire 5-5
escludere 5-32
esecuzione 1-6 1-8 2-2 2-5 3-1 3-2 3-7 3-9 3-26 4-7 4-55 4-56 4-57 4-60 4-61 5-5 5-8 5-9 5-11 5-14 5-17 5-24 5-37 6-2 6-16 6-62 7-1 7-3 7-6 7-9 7-10 7-11 8-22
- di calcoli 6-34 8-22
- di esperimenti 1-1 1-4 3-10 5-39 6-35 6-42
- di esercizi 6-47 8-2 8-26
- di grafici 3-3 4-30 4-38
- di istruzioni 5-7 7-9
- di operazioni 3-8 5-37
- di verifiche 6-16
ciclo di - 4-54 4-56 4-57 4-65 4-66
data e ora di - 4-58
tempi di - 3-26 4-30
eseguibile 4-2
eseguire 1-4 1-5 2-4 2-7 3-2 3-3 3-7 3-11 4-1 4-3 4-5 4-30 4-38 4-58 5-1 5-3 5-5 5-6 5-9 5-18 5-30 5-33 5-38 6-35 6-42 6-47 8-2 8-11 8-26
eseguito 1-2 2-4 3-7 3-8 4-56 4-59 5-5 5-15 5-18 5-19 5-26 5-33 6-1 6-42 6-43 6-47 7-10 7-11 8-7 8-20
esempio 1-3 1-4 1-5 1-8 3-1 3-3 3-8 3-9 3-10 4-8 4-16 4-33 4-42 4-43 4-59 5-1 5-3 5-6 5-7 5-9 5-11 5-16 5-17 5-18 5-30 5-33 5-40 6-1 6-2 6-16 6-34 6-35 6-42 6-44 6-45 6-47 6-54 6-62 7-1 7-2 7-10 8-1 8-11
esercitare 4-59 4-62 5-16
esercitazione 1-8 4-58 5-18 6-47
eserciziario 4-38
esigenza 3-2 4-30
esistenza 6-16
esistere 5-38 6-8 6-16 7-11
esito 8-2 8-12
espanso 8-1
espellere 5-1
esperienza 1-2 1-4 3-7 3-9
esperimento 1-1 1-2 1-4 5-16 5-18 5-19 5-30 5-33 5-39 5-40 6-35 6-42 6-44 6-45 6-47 7-3 7-6 7-10 7-11 8-9 8-11 8-12 8-37
esplorazione 4-42 5-18
esplosione 6-1
esporre 5-19
esposizione 5-19 6-44
esprimere 4-2 4-21 5-1 5-15
essenziale 7-9
estensione 1-4
estetico 5-18
estrarre 2-2
estremità 5-26
estremo 4-30 5-33 5-40 6-7 6-39 6-42 8-2
etichetta 2-2 2-4 2-6
evidenza 4-56 5-16 5-27 6-39 6-62
evidenziare 8-1
evitare 5-7

f

facilità 8-6
falso 5-18
fantasia 4-38 5-18
fascio 6-39 6-47
fedeltà 5-33
feet 8-20
fenditura 6-39
fenomeno 1-3 5-15 6-45 6-47
fermare 5-15 5-33 8-11
fermata 5-16
ferro 5-17
fessura 2-2 2-4 2-6 7-1
fetta 6-62
figura 1-2 2-8 3-6 3-10 3-11 4-8 4-16 4-24 4-30 4-33 4-43 4-54 4-55 4-64 4-65 5-15 5-18 6-38 6-47 6-62 7-9 7-10 8-2 8-6 8-7 8-9 8-18 8-20 8-28 8-37
file 2-2 2-3 2-4 2-6
filettato 5-26 5-27 6-41 6-42
film 8-12
filo 5-17 5-25 5-26 6-42 7-1
filosofia 1-2
fine 3-2 3-26 4-24 4-42 4-58 5-9 5-16 5-19
finestra 3-8 5-7
fisica 1-3 1-4 1-5 3-10 4-42 5-1 5-39 5-40 6-10 6-42 7-1
fisico 1-3 3-9 3-11 5-41 7-9 7-11
fissare 4-39 4-54 4-55 4-57 5-7 5-19 5-26 5-33 6-2 6-32 6-34 6-35 6-39 6-48 6-51 7-1 8-9 8-22
fisso 3-2 4-55 4-63 5-18 8-11
fittizio 3-9
flash 5-15 8-19 8-20
fluttuazione 6-47
focale 6-50
foglio 1-8 3-2 3-3 3-7 3-11 4-6 4-58 4-59 4-60 4-62 4-63 4-64 4-67 5-1 5-2 5-5 6-2 6-3

fondamentale 5-40 6-34 6-35
fondo 4-58 6-39
for 5-7
forato 4-64 6-41
forellino 7-1
form feed 4-64
forma 6-4 6-12 6-38 8-12 8-22 8-25
formare 5-25 5-39 6-6 6-62 8-1 8-37
format 2-1
formato 4-6 4-64 6-2 6-6 8-1
formula 5-11 5-25 6-42 6-48 6-58
formulare 1-3 4-39 4-63 5-1 5-7 6-1 6-7 6-17 7-11 8-9
formulazione 1-6 3-10 3-26 4-57 4-63 5-18
foro 4-58 5-25 5-32 6-41 7-1
forza 1-4 4-38 4-64 5-3 5-33 6-34 6-47
forzare 7-1
fotocellula 5-25 5-32 6-39
fotocopia 3-5 4-1 5-33 8-1
fotocopiare 5-33 6-62 8-2
fotografare 4-42 6-45 8-2 8-11
fotografia 1-4 4-42 5-15 5-17 5-18 5-19 5-22 5-26 5-30 5-32 5-33 5-41 6-35 6-39 6-43 7-2 7-10 8-1 8-2 8-11 8-37
fotografico 1-1 1-4 3-10 5-18 5-19 5-32 5-33 5-34 5-35 5-36 5-37 5-38 5-41 6-35 6-45 8-2 8-11 8-37
fotogramma 3-10 5-15 5-19 5-25 6-45 8-11 8-37
frazione 3-10 5-19
frenato 3-7
frequenza 4-21 4-42 5-19 5-20 5-22 5-25 5-33 6-35 6-44 6-47 6-50 6-51 6-54 6-58 7-3 7-10 8-6 8-22
fronte 5-11
fruscio 4-64
funzionamento 4-3 5-11 5-41
funzionare 7-9
funzione 1-5 3-6 3-10 3-11 4-2 4-8 4-21 4-39 4-40 4-42 4-43 4-59 4-66 5-1 5-7 5-15 5-19 6-3 6-5 8-1 8-22 8-25 8-26
fuoco 6-7 6-10
futuro 6-34

g

Galilei 1-2 1-3 5-3 8-11
Galileo 1-1 1-2 1-3 5-3 5-39 8-11
galleggiare 5-16
garantire 4-64 7-11
generale 5-1 6-48
generalità 6-7
generalizzare 6-6 6-7 6-44
generalizzazione 6-6
generare 4-64 5-39 6-48
generatore 5-19 5-20 6-44
geodetica 5-25
geometria 5-38
geometrico 1-2 5-38 6-7 6-9
gesso 8-12
gettare 6-1
ghiaccio 5-16
gioco 3-2 3-11 5-3 6-1 6-34 6-49 8-26
giorno 4-4 6-3
giradischi 6-39 6-42 6-44 7-9 7-10 7-11
giri/minuto 6-39 7-10
giro 6-39 6-42
gittata 6-3 6-16 8-20
giustificare 5-1 6-2
giustificazione 6-2 6-7 6-47 6-62
giusto 5-40 5-41 7-10
goccia 5-16
gomma 7-1
goniometrico 6-3 6-5 6-48 6-58 8-1 8-26
goniometro 5-19
goto 5-5 5-7 5-9
grado 1-3 4-3 4-42 6-2 6-5 8-22 8-25
grafica 1-6 4-22 4-31 4-32 4-57
grafici 1-8 3-2 3-7 3-10 3-11 3-26 4-22 4-24 4-30 4-31 4-33 4-54 4-55 4-63 4-66 4-67 5-8 5-13 5-18 5-39 6-51 8-14
grafico 3-1 3-2 3-3 3-4 3-5 3-6 3-7 4-5 4-6 4-30 4-38 4-54 4-55 4-56 4-58 4-59 4-60 4-62 4-63 4-66 5-6 5-9 5-11 5-13 5-15 5-25 6-9 8-6 8-20 8-22
grammatura 5-16
grana 5-19
granello 5-25
grattacielo 8-20
grave 5-2 5-3 5-11 5-15
gravità 5-25 6-34 7-11 8-19 8-20
gruppetto 6-2
gruppo 3-2 6-1 6-2 6-3 7-11
guida 1-1 2-1 2-3 2-7 3-1 4-1 5-1 5-40 6-1 7-1 8-1
gusto 5-11 5-18
gw-basic 5-5 7-10

h

hardware 2-1

i

idea 1-1 1-5 4-55 5-7 5-40 6-47 6-51 7-1
identità 6-48
ignorare 2-1 5-41
illudersi 4-42

illuminare 6-62
illusorio 5-39
illustrare 1-5 4-8 6-12 6-35 6-38 6-62 7-3
immaginare 5-18 5-30 6-1 6-34 8-9
immaginazione 6-44
immagine 1-1 1-4 1-5 1-8 2-3 2-5 2-7 3-2 3-3 3-5 3-10 4-57 5-19 5-25 5-38 5-40 5-41 6-44 6-45 8-19
immettere 3-2 3-7 3-8 3-9 4-38 4-60 4-61
immissione 1-8 3-2 3-8 3-10 4-4 4-31 4-39 4-63 5-19 6-2
imparare 1-2 4-38 5-5 5-18 8-2
impedire 6-41 8-11
impicciolimento 4-30
implicare 5-41 6-6
imporre 5-19 6-7 7-3
impostare 4-2 6-1 6-39 8-20
impostazione 5-1
imprimere 6-1
impulso 5-25 6-39 6-41 6-44
inadeguato 4-42
inatteso 5-7 8-37
inchinato 6-35
inchiostro 5-16
incidenza 1-5 3-3 6-34
incisivo 5-38
inclinato 1-3 8-9 8-11 8-12 8-14 8-16 8-18 8-22
inclinazione 6-35 8-16 8-19 8-22 8-26
incluso 4-30
incognita 4-39
incollato 5-25
incompleto 4-65 8-26
incontrare 7-1 8-1
incontro 6-42
inconveniente 7-1
incrementare 7-9
incremento 3-10 3-11 4-24 4-30 4-31 4-32 4-38 4-59 6-32 6-34 6-58 7-3 8-12
incrocio 8-1 8-3 8-4
indagine 5-39
indelebile 5-16
indicare 2-4 2-6 4-2 5-18 5-41 6-12 6-44 7-11 8-18
indicazione 2-8 3-1 4-1 4-30 4-32 4-33 4-38 4-64 5-17 5-19 6-2 6-6 6-47 7-9
indice 3-10 6-39 6-40 6-42 6-44
individuare 5-11 6-4 6-16 8-16
individuazione 5-7 6-42
indotto 4-42
indurre 5-7 6-1
ineliminabile 6-47
inferiore 4-6 5-27 6-7
infilare 8-1 8-12
infinito 8-1
influenzare 7-11
informazione 2-1 2-7 4-2 4-3 4-24 4-59 5-7 6-1 6-35 6-42 6-51
ingannare 6-42
ingannevole 3-9
ingegnoso 8-11
ingrandimento 3-2 3-5 4-24 4-30 4-31 4-32 4-54 4-55 4-59
ingrandito 3-5
iniziale 1-3 3-1 4-20 4-21 4-39 5-3 5-5 5-11 5-15 5-19 6-1 6-2 6-3 6-4 6-6 6-16 6-34 6-42 7-10 8-2 8-7 8-11 8-19 8-20 8-26
iniziare 2-1 4-54 4-58 4-64 5-1 5-11 6-47
iniziativa 7-8
inizio 2-2 2-5 2-7 3-1 4-55 4-56 4-60 4-64 5-16 7-3 7-9
input 4-2 7-9
insegnamento 1-1 1-5 4-38 5-1 5-38 5-39 5-40 5-41 6-1 8-11
insegnante 1-1 1-8 2-7 3-10 3-11 4-59 5-17 5-39 6-1 6-2 6-7 6-47
insegnare 5-1 5-4 5-41 6-7
inserimento 4-20 4-21 4-22 4-31 4-32 4-33 4-61 4-63 5-5
inserire 2-1 2-2 2-3 2-4 2-5 2-6 2-7 4-2 4-61 4-63 5-1 5-7
insieme 1-1 5-2 5-30 5-32 5-40
instabilità 5-19
installazione 2-3 2-5
insuccesso 1-4
intellettuale 1-8
intelligente 5-39
intelligenza 1-4 5-3 5-40 8-1
intensità 6-35
intercalare 3-11
interesse 5-11 6-47
interlinea 5-1 5-5 5-6 5-9
intermedio 3-8 5-33
intermittente 3-10 5-33
internazionale 5-25
interno 5-7 5-16 6-7 6-9 6-41
intero 3-6 3-8 5-7 7-9
interpretare 4-42 5-2 5-15 5-25 5-38 6-7 6-47 8-6 8-9 8-37
interpretativo 6-47
interpretazione 1-1 1-3 4-42 4-56 5-16 5-41 6-1 6-9 6-11 6-35 6-47 6-62
interrogare 6-44
interrogativo 5-7
interrompere 1-8 3-26 4-54
interruzione 3-26
intersecare 6-9 6-10 6-48 8-26
intervallo 5-2 5-15 5-16 5-19 6-32 8-20
intervenire 3-7 4-57 5-16 6-35 7-3

intervento 3-10 5-41
intorno 1-2 4-24 5-3 6-7 6-62 7-11 8-11
introduzione 5-9
intuire 1-8 7-10
intuitivo 3-6 3-10 5-1 5-19
intuito 6-6
intuizione 1-4 5-39 6-2 6-6
invariante 6-48
inverso 6-51
invertire 5-3 6-3
investire 6-39
inviare 5-20 5-25
invio 4-60
iperbole 6-11 6-12 6-16
ipotesi 6-1 6-2
iscritto 7-11
isocronismo 6-42 7-9 7-10
isolare 6-10
isoscele 6-9
istante 1-5 1-6 3-9 4-4 4-38 4-54 4-55 5-16 6-34 8-11 8-19 8-20
istruire 5-5
istruttivo 5-39 6-47 6-54 7-3 7-9 7-10 8-1 8-22
istruzione 2-2 2-4 4-67 5-5 5-6 5-7 5-9 5-11 7-8 7-9 7-10

l

laboratorio 1-4 5-16 5-39 5-40 6-35 6-42 7-1
lampadina 5-32 8-11
lampeggiare 1-4 5-32 8-11
lampo 8-11
lanciare 1-3 1-4 4-38 6-1 6-6 6-35
lancio 6-1 6-2 6-3 6-4 6-6 6-10 6-16 6-34 6-35 6-58 8-4 8-12 8-20
Laplace 6-34
laterale 4-58
latitudine 5-25
lato 2-2 2-4 2-6 4-6 6-35 6-39 8-26
lavorare 1-8 8-1
lavoro 1-4 2-1 2-2 2-7 3-7 3-11 5-17 5-18 5-32 6-2 6-35 6-42 6-43 7-11 8-1 8-4 8-6
led 5-32 5-33 6-35
legame 4-55 6-50 8-26
legge 1-3 1-4 1-6 3-2 3-9 3-10 4-2 4-7 4-24 4-30 4-38 4-54 4-59 4-60 4-63 5-2 5-11 5-15 5-25 5-32 6-32 6-47 6-50 6-51 6-58 8-1 8-4 8-6 8-11 8-20
leggere 6-7 6-47
legittimo 4-62
legno 7-1
lettera 4-2 4-56
lettura 1-8 4-1 4-30 6-32 8-9
leva 3-7
levetta 4-64 5-7
lezione 1-8 4-42 4-54 4-57 5-17 5-18 6-1 6-38 6-58 6-62 7-9 8-12 8-22
liberare 6-45
libero 1-3 3-7 4-5 5-11 6-47
libreria 2-5 2-6 2-7
libro 1-2
liceo 1-4 1-5 4-38 5-17 6-1 6-6
limite 4-30 6-2 6-7 7-9
linea 1-1 1-2 1-3 3-7 3-10 3-11 4-22 4-24 4-59 5-3 6-42 7-10 8-1 8-11 8-20
lineare 4-40
liquefazione 5-16
liquido 5-16
lire 7-1
livello 5-16 5-25 5-41
local 4-64
locale 2-5
località 6-1
locuzione 3-9 4-58
logaritmo 3-8 4-2 8-1 8-12
longitudinale 7-1
lontano 6-6 8-1
lprint 5-5 5-6 5-7 5-9 5-15
luce 3-10 5-32 5-33 5-40 6-35 6-39 6-47 8-26
luminoso 3-10 3-26 4-2 4-31 5-22 6-10 6-35 6-39 6-45 6-47 7-1 7-3 7-10
luna 8-16
lunare 6-35
lunghezza 3-2 4-1 4-2 4-5 4-6 4-58 4-64 5-9 5-16 5-18 5-25 5-27 6-39 6-41 6-42 6-49 7-1 7-2 8-26
luogo 5-38 6-1

m

macchina 1-8 3-10 5-1 5-3 5-5 5-18 5-32 5-33 5-34 5-35 5-36 5-37 5-38 5-40 5-41 6-35 6-45 8-11 8-37
macchinoso 3-5
maiuscola 4-64
manipolare 1-4
mano 1-2 4-58 5-16 8-1 8-12
manopola 4-2 5-19 5-20 5-22
manuale 1-4 1-5 1-8 2-3 2-7 3-2 3-26 4-1 4-2 4-55 4-59 4-64 5-3 5-7 5-9 5-17 5-18 5-19 5-25 5-33 5-39 5-40 7-10 8-1
manufatto 5-7
mare 5-25
margine 8-26
massa 5-25 5-26 6-1 6-2 6-41 6-43 6-45 6-47 7-1
massimo 5-41 6-3 6-11 6-16 6-54 8-20

matematica 1-1 1-2 1-3 5-1 5-3 5-41 6-1 6-7 8-11
matematizzazione 5-1
materiale 5-7 5-18 5-30 6-34 6-47
matrice 5-17 8-1 8-2
meccanica 1-5 4-38 6-34
meccanico 4-39 4-64 5-1
medio 5-1 6-1 6-6 6-12
memoria 4-57
memorizzabile 4-56
memorizzare 3-2 4-6 4-8 7-9 8-22
mentale 5-1 8-2
mentalità 5-39
menu 4-1 4-3 4-5 4-6 4-7 4-57 4-62
merito 1-1
mescolare 8-11
mese 4-4 6-2 7-11
metallo 1-2 7-1
metodo 4-64 5-3 5-5 5-15 5-16 5-30 5-33 6-1 6-35 6-50 8-9 8-20 8-37
metodologia 1-8 6-7
metronomo 7-11
mezzo 1-2 1-3 4-39 4-62 5-25 6-2 6-39
micro-interruttore 5-7
microfono 6-44
millimetrato 4-5 5-16 5-19 8-1
millimetro 6-2 6-42
minimo 3-1 5-3 6-3 6-6 6-7 6-8 6-9 6-10 6-11 6-16
minore 4-6 6-6 6-9 8-26
minuto 3-7 3-9 4-4 4-58 6-39 7-11
miscellanea 5-1
misura 1-5 3-2 3-6 3-7 3-10 3-11 3-26 4-5 4-30 4-31 4-42 4-54 5-9 5-15 5-16 5-18 5-19 5-25 5-26 5-27 5-33 5-41 6-35 6-39 6-43 6-50 7-10 7-11 8-2 8-11 8-20 8-22
misurare 5-16 6-41 6-50 6-51
misurazione 6-42
mkdir 2-4 2-6
mobile 1-6 3-9 3-10 4-2 4-38 4-63 5-16 5-41 7-3 7-9
modello 3-7 4-64 5-7
modifica 4-42 5-1 5-9 6-62
modificare 3-3 4-8 5-40 7-3 8-20 8-22
modulo 1-7 2-2 4-1 4-6 4-58 4-64 5-5 5-15 6-2 6-6 6-16
molla 5-33 6-42 6-43 6-45 6-47 8-22
moneta 7-1
monitor 5-19
montare 6-35 8-11
motivazione 4-30 4-63 5-1
motivo 1-3 3-9 3-26 5-18 6-1 6-2 8-22
movimento 5-16 6-47
ms-dos 1-4 2-1 2-2 2-3 2-5 2-7
ms-dos\olinet-lan 2-7
mucchio 1-1 5-40
multiflash 5-15
multiplo 4-38
muovere 1-2 4-61 7-1 8-12 8-19
mutare 4-57

n

nastro 5-32
naturale 1-1 3-8 4-2 5-3 8-11
Nepero 8-12
nero 5-25 5-32 6-39
neutralizzare 3-8
Newton 5-15
nitidezza 6-62
nodale 5-39
nome 2-4 2-5 2-6 2-7 4-30 4-58 4-59 4-60 [illegible]
nome-del-drive-di-lavoro 2-7
nominale 6-39
normale 5-1
nota 3-7 3-11 4-5 4-38 5-22 6-3 6-5 6-6 6-16 6-34 6-48 6-62 7-1 8-11 8-16
notare 3-10 5-2 5-18 6-1 6-34 8-6
notazione 3-26 6-7
noto 1-3 3-10 4-3 4-62 8-12 8-20 8-26
novità 6-44 6-47
nozione 1-4 6-7 8-6
nullo 6-16 8-26
numeratore 3-10
numerico 1-8 3-7 3-8 3-10 4-2 7-9
numero 3-7 3-8 3-26 4-4 4-30 4-32 4-33 5-1 5-3 5-9 5-11 5-19 6-7 7-9 7-10 8-1 8-7 8-19

o

obiettivo 1-4 6-35 8-2
occhio 1-2 3-9 4-1 4-4 5-9
occultare 3-8 6-35
occupare 7-10
officina 1-4 5-32
oggetto 1-4 3-10 4-38 5-17 5-18 8-1 8-2
olinet-lan 2-5
ombra 6-39 6-40 6-42 6-44
opera 1-2 1-3 5-3 8-11
operare 3-2 3-3 3-7 4-55 6-58 7-10 8-20
operatore 3-8
operazione 1-4 1-8 2-7 3-1 3-6 3-7 3-8 3-11 4-1 4-2 4-3 4-5 4-55 4-57 4-58 4-60 4-62 4-63 4-64 5-1 5-3 5-5 5-7 5-18 5-38
opzionale 4-21

opzione 3-1 3-3 3-10 4-1 4-3 4-5 4-6 4-7 4-30 4-38 4-54 4-55 4-56 4-57 4-58 4-61 4-62 4-63 4-67 7-6 8-14
ora 3-7 4-1 4-3 4-4 4-58 5-19 7-11
oraria 1-4 3-2 3-9 3-10 4-2 4-7 4-24 4-30 4-54 4-59 4-60 4-63 5-2 5-32 6-32 6-47 6-50 6-51 6-58 8-4 8-6
ordinare 6-8 6-49
ordinata 4-33 4-55 7-9
ordine 4-56 4-63 4-64 5-1 5-41 6-42 6-48 7-6 7-9 7-11 8-19
organizzare 1-1 1-8 4-63 7-8 7-10
organo 4-64
orientamento 1-1
orientare 1-8
orientativo 4-64
originale 2-1 3-2 5-33 8-1 8-20
origine 4-20 6-7 6-48
orizzontale 1-3 3-26 5-2 5-3 5-9 5-11 5-20 6-2 6-4 6-6 6-45 6-50 8-4 8-9 8-16 8-19
orizzonte 1-2 6-35
orologio 4-3 4-4 7-11
ortogonale 6-7 6-44 6-45
oscillante 5-25 5-26 7-1
oscillare 5-33 6-42 6-45 6-47 8-11 8-22
oscillazione 4-42 5-16 5-25 5-26 5-27 5-33 6-42 6-43 6-54 7-1 7-3 7-9 8-37
oscilloscopio 5-19 5-20 6-44 6-45 6-47 6-49 6-50
oscurare 3-10
osservare 1-3 1-5 3-3 3-9 4-40 4-65 5-1 6-1 6-6 6-7 6-9 6-17 6-42 6-47 6-48 6-49 6-51 6-58 6-62 8-4 8-6 8-9 8-22
osservato 4-54 5-7 8-37
osservazione 1-6 3-3 4-54 4-63 5-1 5-3 5-7 5-8 5-9 5-11 5-39 6-44 6-51 6-62 7-1 7-10 8-2 8-22 8-25
ottico 3-10 6-35
ottone 6-41
otturatore 3-10 5-32 5-33 6-35 6-45 8-11

p

palla 1-2
pallacanestro 6-1
pallina 8-9
pallone 6-1
pannello 5-19 8-1 8-2
panno 5-25
parabola 1-2 1-3 3-3 5-2 5-3 5-6 5-15 6-2 6-6 6-7 6-10 6-16 6-34 6-58 8-4 8-8 8-18
parabolico 1-2 1-3 6-10
paraboloide 6-10
parallasse 3-3 7-10
parallelo 6-9 6-10 6-35 6-62 8-26
parametrico 1-4 5-38 6-47 6-48
parametro 1-6 3-3 3-7 3-10 4-20 4-21 4-22 4-30 4-31 4-32 4-38 4-39 4-54 4-55 4-56 4-57 4-62 5-15 5-18 5-19 5-25 5-38 6-8 6-16 6-32 6-34 7-1 7-3 7-9 7-10 7-11 8-22 8-28
parte 1-6 3-3 4-54 5-1 5-17 8-1
particella 3-10
parziale 2-1 6-35
passeggero 8-20
passo 1-6 3-11 4-38 5-1 5-25 6-42 6-47 7-9 8-1 8-11
passo-passo 4-1
pavimento 5-16 8-12
pelle 6-62
pellicola 5-19
pendoli 5-16 5-27
pendolo 1-1 5-16 5-25 5-27 5-32 5-34 5-35 5-36 5-37 5-38 6-39 6-41 6-42 6-43 6-44 6-45 7-1 7-2 7-3 7-9 7-11 8-11
penna 5-7
pennello 6-45 6-47
pensare 3-10 4-39 4-56 5-9 5-39 5-41 6-3 6-6 6-16 6-45 6-48
percezione 7-3
percorrere 4-38 5-11 6-32 6-54 8-12
perdere 5-22 5-33 6-42
perdita 1-5 2-1 4-2 4-7 4-8 4-21 4-38 4-39 4-42 4-43 4-59 5-27 6-42 6-44 7-3 7-9
perfetto 3-10 5-41
pericoloso 6-1
periferia 6-39
periodico 3-9
periodo 5-16 5-26 5-27 6-39 6-41 6-43 6-51 7-11
permettere 3-7 4-2 4-58 6-47 7-3
perno 8-19
perpendicolare 3-3 6-10 6-39
perplessità 4-5 8-11
perplesso 5-38
personal 2-1 2-2 2-4 2-7 4-1
perturbare 8-11
peso 5-16 6-6
pezzetto 8-12
pezzo 5-16
pianificato 5-18
piano 1-3 1-4 1-6 4-30 4-32 4-33 4-38 4-59 5-18 5-25 5-38 6-44 6-62 8-9 8-12 8-14 8-16 8-18 8-19 8-22
piattello 7-1
piatto 5-19 6-39 6-42 6-44 7-10
piazzamento 6-39
piazzare 6-39
piegato 5-19
pieno 5-25 6-3
pietra 1-1 5-40
pigrizia 5-17

pista 5-39 5-40 5-41
pixel 3-10
plastica 6-35
platonico 7-11
plotter 1-1 6-2 6-62 8-1
Poincaré 1-1 5-40
polare 8-1
Polaroid 5-32
poligono 4-22
polinomiale 4-42
polistirolo 8-1
pollice 4-6 4-64 5-9
polo 7-11
PRT SC 3-7 4-64 4-65 4-66 4-67
PSSC 8-12
polso 5-16
porta 5-11 6-7 6-39
positivo 6-7
posizione 1-4 4-20 4-64 5-1 5-7 5-20 6-2 6-34 6-39 6-44 8-1 8-2 8-4 8-7 8-11 8-19 8-22 8-26
postazione 6-2 6-4 6-6 6-10 6-34
posticipare 6-42
posto 5-7 6-7 6-10 6-43
potenza 6-49
PR-15B 3-7
pratica 5-39
praticare 5-3 5-16 5-25 5-32 7-1
precauzione 3-3
precedenza 4-61 6-3 6-6
precedere 2-2 2-4 4-3 4-5 4-31 4-38 4-54 4-56 4-57 4-59 4-60 4-61 4-62 5-11 5-32 6-7 6-32 6-44 6-45 7-9 8-20
precipitare 6-1
precisare 1-5 3-9 4-60 4-64 4-66 5-15 6-2 8-9 8-19
precisazione 4-42 8-11
precisione 3-2 3-3 3-4 3-5 3-6 3-26 4-1 4-4 4-5 4-6 4-22 4-31 4-32 4-59 5-25 6-35 7-2 7-11 8-2
preciso 1-8 5-18 6-1 6-42
predefinito 3-7
predisporre 4-60 4-61 5-9 5-18 8-20
predita 6-42
preferibile 4-24 5-18 6-44
preferire 3-11 5-1 5-39 7-2
prefissato 1-3
prelevare 2-2
premessa 1-1
premettere 4-30
prendere 5-1 6-1 6-3 6-39 8-4
presenza 5-7 6-7 6-44
pressione 3-7 3-26 4-56 4-58
prestare 5-38 8-11
prestazione 4-1 7-2
pretendere 3-6 3-7
prevedere 1-3 3-1 3-7 3-8 3-9 3-10 3-26 4-6 4-22 4-24 4-30 4-59 4-61 5-13 6-2 6-34 7-11 8-12
previsione 1-3 1-5 5-39 6-35
principale 4-5 4-6 5-18
principio 6-34 8-12
problema 1-1 1-4 1-6 3-2 4-5 4-30 4-38 4-39 4-42 5-3 5-5 5-7 5-9 5-11 5-16 5-38 5-39 5-40 5-41 6-1 6-3 6-4 6-6 6-7 6-34 6-35 7-1 7-10 7-11 8-1 8-11
procedere 2-2 3-2 3-9 4-7 4-60 6-7 6-42 8-12
procedimento 3-5 3-9 5-7 6-2 8-1
processo 1-1 2-1 3-10 5-1 5-39 5-40
prodotto 5-18 6-44 8-12 8-26
produrre 3-7 4-64 5-3 6-48 7-10 8-1
profilo 7-10 8-1
progettare 1-1 4-58 7-11
progetto 5-1
programmare 7-8
programmazione 5-4
progredire 5-3
progressivo 5-26 5-27
proiettare 6-62 7-3 8-1
proiettile 6-1 6-2 6-3 6-16 8-20
proietto 1-2 8-11
proiettore 6-10 6-39 6-44 6-62
proiezione 1-2 1-4 3-10 6-4 6-6 6-7 6-16 6-44 6-47 6-48 6-62 7-10 8-7 8-37
promemoria 4-1 4-2
prompt 2-2 2-4 2-5 2-6 2-7
pronto 2-1
proporre 1-5 2-1 2-2 3-1 4-38 5-4 5-5 5-15 5-17 5-18 6-1 6-44 6-47 7-1 7-10 8-4 8-22 8-37
proporzionalità 6-45
proporzione 8-11
proposito 1-1 1-5 3-6 3-7 3-9 3-10 3-26 4-6 4-21 4-24 4-30 4-42 4-63 4-65 5-3 5-32 5-39 6-1 6-7 6-10 6-35 6-44 7-1 7-9 7-11 8-11 8-22
proposta 1-3 2-3 2-5 2-7 3-11 5-17 6-6 6-34 6-47 7-1 7-11 8-12
proprietà 1-8 4-63 5-1 5-38 6-6 6-7 6-10 6-16 6-47 8-16
proseguire 2-3 2-5 3-8 4-63 5-15 8-12
prospettiva 1-3
prossimità 6-35 6-39
prossimo 5-20 7-9 8-16
proteggere 2-2 2-4 2-6
protetto 3-1
prova 1-3 3-1 3-2 3-3 3-7 4-66 6-2
provvedere 2-2 3-7 4-3 4-38 4-62 5-5 6-34 6-42 7-1 7-9
pubblicare 8-20
pulito 1-2
pulsante 5-32

punta 4-55 5-7 5-18
punteggio 6-2 6-3
punti-segnale 4-30 4-33 4-38 4-59 4-63 8-26
puntiforme 6-34
puntino 4-55 5-3 7-10

q

quadrato 5-3 5-25 6-8 6-35 6-49 8-26
quadro 4-58 4-63 5-41
quota 5-25 5-26 6-3 6-16 7-10 8-12 8-20

r

raccogliere 1-1 1-6 3-10 4-38 6-1 6-44 8-37
radiante 4-2 4-21 5-19
radice 6-6 6-11 8-26
ragazzo 6-1 6-2 6-47
raggio 6-9 6-10 6-11 6-49 6-50
raggiungere 4-4 4-38 5-3 5-15 5-18 5-39 5-41 6-1 6-3 6-16 6-32 6-34 6-42 6-54 8-19 8-20
raggiungimento 6-6
ragionare 5-7 5-19
rammentare 3-8 4-21 4-54 4-59 5-9 5-18 5-19 6-10 6-44 7-9 8-20
rapidità 7-2
rapido 4-2
rapporto 3-2 3-5 4-55 5-19 5-22 5-27 6-51 6-54 8-9 8-19 8-22
rappresentare 1-1 3-2 4-42 5-3 5-38 8-4 8-11 8-12 8-18 8-22
rappresentazione 1-6 3-10 8-6
rassegna 1-5 4-1 4-67
razionale 4-30 5-1
reale 5-15
realità 6-6
realizzato 4-39
realizzazione 6-62
recipiente 5-25
redatto 7-9
reggere 5-25
registrare 3-10 5-15 5-25 5-33 6-39 6-42 7-11 8-19
registrazione 3-1 5-25
regolare 4-2 4-22 5-3 5-22 6-42 6-43 7-2 8-12
regolazione 6-35 6-39 6-41 6-42 6-43
relazione 6-6 6-9 6-11 6-16 8-26
reset 4-67
respingere 6-7
restrittivo 5-30
rete 2-5 2-6 2-7
reticolo 5-17 5-22 8-1
retta 5-3 5-6 6-4 6-6 6-7 6-9 6-10 6-34 6-44 6-48 6-62
rettangolare 8-1
rettangolo 4-6 7-9 8-2
rettifica 3-7 5-32
rettilineo 1-4 5-33 6-35 6-44 8-6
retto 5-2
riaccensione 5-7
riaggiustare 5-7
riassumere 4-54 6-2
ricalcare 5-5 8-22
ricarica 4-3
ricerca 5-18 5-39 5-40 7-1
ricetta 5-3 5-4 5-5
ricevere 3-2 4-60 4-61 5-19
richiamo 4-2 4-55 4-56
ricollegabile 8-4
ricominciare 4-67
ricomporre 6-47 6-48
ricomposizione 6-47
ricondurre 3-9 6-44 6-47
riconoscere 5-7 6-9 6-49 8-25 8-26
ricordare 3-1 5-1 5-25 6-1 8-1
ricorrere 4-55 6-11
ricostruire 3-7 3-10 4-24 4-40 4-58 6-8 6-44 8-20
ricostruzione 1-5
ridurre 4-58 5-18 5-27 5-38 5-39 6-5 6-34 6-47
riduzione 3-2 5-25 5-27 8-20
rielaborare 5-18
riferimento 3-2 3-8 4-7 4-54 4-64 5-7 5-39 6-7 7-6 8-4 8-7 8-9 8-19 8-26
riferire 6-42 7-10
riflessione 1-3 3-10 5-7 8-1 8-12 8-37
riflesso 6-10
riflettere 1-4 1-8 4-38 4-54 5-19 5-39 6-42
riflettore 6-10
riga 4-5 4-60 4-61 4-63 4-64 5-3 5-5 5-6 5-7 5-9 5-11 5-15 5-19 6-39
Righi 5-25
rigore 5-40
rilettura 4-56
rilevabile 8-22
rilevamento 3-10 6-39
rilevante 4-39 5-20 6-42
rilevare 1-4 4-5 4-40 4-42 4-55 4-63 5-11 5-15 5-16 5-19 5-25 5-27 5-30 5-41 6-50 8-4 8-6 8-9 8-11
rilevazione 6-35
rilievo 4-63 5-25 5-41 6-7 6-42
ripercorrere 5-39
ripetere 1-4 3-3 3-7 4-42 4-64 5-9 6-3 7-3 7-11 8-12 8-26
ripetizione 1-2 4-42 4-57
riportare 2-1 2-2 2-3 4-1 4-3 4-54 4-56 4-59 4-67 5-5 5-8 5-9 5-11 5-13 5-33 6-4 7-9 8-22

riprendere 3-1 3-9 4-54 4-55 4-57 4-65 5-1 5-19 5-39 6-44 6-45 8-11
riprodurre 1-1 1-3 2-8 3-1 3-2 3-11 5-41 6-2 6-45 8-2 8-4 8-20
riproporre 2-2 8-37
riquadro 7-11
riscontrare 3-2 3-3 3-7
riscoprire 5-11
risoluzione 3-26 5-41 6-4
risolvente 6-48
risolvere 1-5 4-55 5-9 5-18 6-1 6-5 6-17 6-34 7-1 7-10 8-28
risorsa 1-1
risparmiare 4-62
risparmio 6-3
risposta 1-8 3-2 3-3 4-7 4-31 4-32 4-33 4-38 4-39 4-54 5-9 6-6 6-16 8-20
ristampa 1-2
risultare 3-2 4-2 4-5 4-30 4-54 4-65 4-67 5-2 5-19 5-22 5-25 6-7 6-10 6-11 6-45 6-48 6-62 7-10
risultato 1-3 1-4 1-5 3-7 3-8 3-9 3-10 4-30 4-38 4-42 4-58 5-6 5-9 5-11 5-16 5-27 5-39 6-1 6-6 6-7 6-12 6-34 6-35 6-39 6-41 6-47 6-50 6-62 7-2 7-8 7-11 8-3 8-4 8-22 8-37
ritagliare 3-3 8-12
ritaglio 3-3
ritardo 7-9
ritenere 6-7
ritornare 3-1 4-5 4-7 4-57 4-58 4-61 5-1 6-54
ritorno 5-1 5-5 5-6 5-7 5-9
ritrovare 4-42 6-11 6-48
riuscire 5-41 6-1
rivedere 4-54 6-45 8-20
rivelare 4-56 4-57
rivolgere 5-40
rotaia 5-30 5-32 6-42 6-45 8-11 8-22
rotazione 4-64 6-10 6-35 6-39 6-42 6-47 6-49 7-1 7-11
routine 3-7
rubinetto 5-16
rudimentale 5-40 5-41 7-1 8-12
rullo 3-7 4-64 5-3
ruolo 5-3
ruota 6-47 6-48 8-22
ruotare 3-7 5-2 5-3 6-48 6-62

s

sabbia 5-25 5-26 5-27
Saggiatore 1-2
salame 6-62
salita 8-22
sarto 8-1
sbagliare 7-11
sbloccare 4-67
scala 4-5 5-15 5-16
scambiare 5-7 6-62
scansione 6-32 8-14
scattare 5-25
scatto 4-54
scavalcare 5-11 5-39
sceglie 3-26 4-7 5-3 8-22
scegliere 4-22 4-30 4-31 4-55 5-15 6-1 6-16 7-1 8-1 8-16
scelta 3-1 3-2 3-3 3-7 3-9 3-10 3-26 4-2 4-6 4-7 4-20 4-21 4-39 4-42 4-54 4-55 4-56 4-60 4-62 4-63 4-64 5-15 5-18 5-25 5-40 6-7 6-39 6-48 6-54 7-10 8-1 8-2 8-3 8-6 8-7 8-19
scendere 6-35 8-11 8-16
schema 1-3 4-1 6-47
schematico 6-38
schematizzare 1-6
schermare 5-32
schermo 1-1 1-3 1-6 1-8 3-1 3-3 3-5 3-6 3-10 3-11 3-26 4-1 4-2 4-3 4-5 4-6 4-7 4-8 4-20 4-21 4-24 4-30 4-31 4-32 4-38 4-54 4-55 4-56 4-57 4-60 4-62 4-64 5-19 5-22 5-38 5-39 6-35 6-39 6-44 6-45 6-47 6-62 7-1 7-6 7-9 7-10
scientifico 1-3 1-4 1-5 4-38 5-17 5-39 5-40 6-1 6-6
scienza 1-1 1-2 5-3 5-40 8-11
scodella 5-16
scomparsa 7-3
scomporre 6-62 8-37
scomposizione 6-47 8-11
scoperta 4-42 5-7 6-62
scopo 4-64 5-7 5-26 5-33 5-39 6-42 6-45 7-3 7-6 7-9 8-37
scoprire 5-30 6-47 8-16
scorgere 6-6 6-7
scorrettezza 6-10
scorretto 4-3
scorrimento 3-7 4-64 7-1
scorta 5-27
screen 3-26 4-55 7-9
scritta 1-2 3-1 3-26 4-1 4-2 4-32 4-54 4-56 4-60 4-62 4-66 5-6
scritto 1-2 3-1 5-9 5-11
scrittura 2-2 2-4 2-6 3-1
scrivere 4-62 4-64 5-1 5-3 5-5 5-6 5-7 6-7 6-8 7-11 8-19 8-26
scuola 1-4 1-5 4-42 4-58 5-1 5-16 5-32 5-40
secondo 2-3 2-5 2-7 3-7 3-9 4-4 4-58 5-5 5-27 7-11 8-20
segmento 4-55 5-38 6-7 6-12 7-3 8-12
segnalare 3-3 4-67 5-15 5-16 7-6

segnalazione 3-1 3-7
segnale 3-7 5-19 5-20 5-25 6-34 6-50
segnato 4-5
segno 5-16 6-34
selezionato 4-56
semilogaritmico 8-1
semiretta 8-12
semplice 4-2 4-7 5-7 5-16 5-25 6-5 6-9 6-34 6-51 7-9 8-12
semplificare 5-39 6-44 7-6
semplificatrice 6-1
sensibilità 5-16 6-42
separare 3-8 4-58
sequenza 1-3 1-8 4-64 5-11 7-8 8-1 8-12
serflex 6-41
serie 4-39 5-1 5-3 6-16
settore 5-20
sezione 4-1 4-4
sfasare 6-47
sfasatura 5-20 5-22 5-26 5-27 6-42 6-48 6-50 6-58 7-10 8-7 8-22
sfera 5-7 6-41
sferetta 8-4
sferico 8-1
shift 4-64
simbolico 2-4 2-6
simbolo 1-8 3-8
simile 3-2 5-39 7-2
simmetria 6-6 6-48 8-26
simmetrico 6-11
simulare 5-19 5-39 7-3 8-14
simulazione 1-1 1-4 1-5 4-42 5-22 5-27 5-30 5-39 5-40 7-1 7-8
sin 6-10 6-17 6-50
sincronismo 8-11
sintassi 5-9
sintetico 4-2 6-7
sinusoidale 6-44 6-45 6-47 6-50
sinusoide 3-3
sistema 1-5 1-6 2-1 2-2 2-3 2-5 2-7 3-2 4-54 4-67 5-7 6-34 6-39 6-42 7-10 8-9
sistemare 6-45
sistematico 5-7
sito 6-4 6-16
situazione 4-57 5-39 8-22
soffiatore 5-30
soffitto 6-35
sofisticato 1-2 3-10 4-16
software 2-5
soggetto 5-41 6-34
solare 6-35
solidale 6-44 7-1
solido 5-40
soluzione 4-59 5-7 5-9 5-11 6-1 6-4 6-5 6-10 6-34 6-48 6-49 6-50 8-6 8-25 8-26
somma 5-3 5-11 6-42 6-47 7-10
sommare 6-47
sondare 6-7
sorgente 4-4 6-10
sospendere 5-18
sostanza 5-41 6-3
sostegno 5-25 5-26 6-39
sostenere 5-25
sostituire 4-55 4-64 5-8 5-9 5-32 5-39 6-5 6-8 6-10 6-43
sostituzione 6-48
sottile 5-27 6-42 6-45
sottrarre 6-2
sovrapponibile 1-1 3-2 3-3
sovrapponibilità 3-6
sovrapporre 4-56 4-59 5-41
sovrapposizione 3-3 3-5 4-55 4-56 4-57 5-25 7-9
spaziatrice 5-1 5-3
spazio 1-4 3-10 3-11 4-24 4-38 5-1 5-6 5-7 5-9 5-11 5-18 6-34 6-44 6-45
specchio 1-2 6-10
specie 3-5
specifica 2-2 5-9
specificare 4-2 4-20 4-21 7-1
specifico 7-3
spegnere 5-5
spegnimento 5-7 7-9
spento 4-3 4-67 5-5
sperimentale 3-10 5-16
sperimentare 5-40
spezzato 4-22
spiccato 6-4
spiegare 6-6 6-16 8-12 8-20 8-22
spiegazione 4-54 4-57 7-1
spillo 5-16 5-32 8-1 8-12
spingere 4-64
spinta 1-1 6-1
spontaneità 5-18
spostamento 3-3 5-25 6-50 8-11
spostare 8-22
sprecare 6-2
spunto 7-1 7-11
stabilire 6-2
stabilità 5-19
staccare 3-7
staccata 6-62
stampa 1-8 3-3 3-7 3-9 4-6 4-54 4-55 4-56 4-58 4-59 4-60 4-61 4-63 4-64 4-65 5-6 5-7 5-9 5-15 5-19 5-25 5-41 7-11

stampante 3-2 3-3 3-4 3-6 3-7 4-1 4-5 4-6 4-22 4-31 4-58 4-59 4-64 4-67 5-5 5-6 5-7 5-9 5-11 5-15 5-18 5-25
stampare 3-9 3-11 4-54 4-55 4-58 4-60 4-61 4-62 4-63
stampato 1-4 1-5 3-2 3-3 3-5 3-6 3-7 3-9 4-3 4-5 4-6 4-54 4-55 4-56 4-58 4-59 4-60 4-63 4-64 5-7 5-11 6-50 8-22
stanza 5-16
stesura 4-63 7-9
stima 1-4 3-11 8-19
stimolare 5-40
strada 4-42 6-47
strappo 3-7
strategia 1-8
striscia 6-39 8-12 8-26
strumentazione 1-4 5-18 5-19 5-30 6-38 6-45
strumenti 3-8 4-63 6-7
strumento 3-9
struttura 1-5 1-6 1-7 2-7 6-11 7-1
studente 1-1 1-3 1-4 1-5 1-6 1-8 3-3 3-5 3-10 4-38 4-42 4-59 4-62 5-4 5-16 5-17 5-18 5-32 5-38 5-39 5-40 6-2 6-6 6-7 6-10 6-35 6-42 6-47 6-62 7-1 7-3 8-1 8-2 8-4 8-12 8-14
studiare 4-39 5-1 6-7 6-47 8-1 8-22
studio 3-6 3-9 3-10 5-1 5-7 5-17 5-19
subire 8-22
successione 3-7 5-3
successivo 3-2 3-7 4-1 4-38 4-64 5-19 5-25 5-41 6-42 7-3 7-8 8-19
suddividere 6-2 8-1
sufficiente 7-1 7-2 7-10
suggerimento 1-8 5-3 5-17 5-32 6-62 7-9
suggerire 2-7 5-17 6-47 7-1
suolo 6-6 8-19
suono 6-44 8-12
superare 3-9 6-54 8-20
superficie 1-5 5-32 8-16
superiore 3-5 5-41 6-7
supermercato 5-16
supporre 5-2 8-11
supporto 5-16 5-32 6-35 6-41 7-1
suppositione 8-11
supposto 6-5 6-34 8-14 8-19
sviluppo 4-39 7-1
svolgere 5-3 5-7 5-38 6-3 6-34 6-45
svolgimento 4-1 4-57 5-19 6-2

t

tabella 3-1 4-54 4-56 4-58 4-59 4-61 6-4 6-32 6-34 7-6 8-22
tagliare 5-22 6-62
tangente 6-7 6-8 6-10 6-11 6-49 6-50 8-22
tappa 4-38 5-39 5-40
tastiera 2-8 2-9 3-1 3-7 3-8 4-1 4-2 4-60 4-61 5-5
tavola 5-25 5-26 6-35
tavolo 8-1
tecnica 1-6 3-8
tecnico 5-7
teleobiettivo 8-2
telescopio 6-10
tema 5-38 6-62
temperatura 5-19
tempo 1-2 1-4 1-8 3-2 3-9 3-10 3-26 4-2 4-30 4-63 5-1 5-2 5-11 5-15 5-16 5-19 5-20 6-32 6-42 6-45 6-47 6-48 7-10 8-2 8-4 8-11 8-12 8-14 8-19 8-20
temporale 3-10 3-11 4-3 4-24 4-30 4-31 4-38 4-59 5-38 6-32 6-34 6-58 7-3
tenere 4-39 6-11
tenore 8-11
tensione 6-44 6-45
tentativo 1-1 1-8 4-42 6-2 7-8 7-9
teoria 5-1 5-40 5-41
teorico 6-44 6-47 6-62
terminare 4-55 4-61 7-6
termine 2-1 2-2 2-4 2-6 4-64 4-65 4-67 5-7 5-16 6-10 7-11 8-12
terna 5-15
terrestre 5-15 8-11
testa 5-1 7-9 8-1
testimonianza 5-39
testina 5-7
testo 1-2 3-11 4-2 4-60 4-61 4-62 8-11 8-28
tg 6-11 6-15 6-16
tirare 6-47
tiro 6-2
titolo 5-1 5-16 5-30
tondino 7-1
torsione 7-1
totale 2-1 8-19
traccia 5-26 5-27 8-19 8-20 8-22
tracciamento 4-22 4-59
tracciare 3-3 3-10 4-22 4-63 5-16 6-2 6-39 6-62
tradotto 6-7 6-44
tradurre 6-3 6-32
traduzione 5-1
traiettoria 1-3 1-4 3-9 3-10 4-22 4-24 4-30 4-38 4-40 4-55 4-56 4-57 4-59 4-63 5-2 5-11 5-22 5-25 5-32 6-2 6-32 6-34 6-35 6-42 6-47 6-50 6-51 6-54 6-58 6-62 8-1 8-2 8-3 8-4 8-9 8-14 8-16 8-18 8-19 8-20 8-26
trappola 6-6
trascendente 3-8
trascinamento 4-5 4-58 4-64
trascinare 6-39
trascorrere 5-15

trascrivere 3-9
trascurare 4-6 4-64 5-17 6-1 6-34 8-26
trasformare 4-42 5-19
traslazione 3-9 6-7
trasparente 6-62 8-37
trasversale 8-11
trattino 4-55
tratto 4-55 5-3 5-38
traversa 5-26
triangolo 1-2 6-9
triennio 1-5
trigonometria 6-5
trigonometrico 6-10
trovare 5-40 6-35 6-62
tubetto 5-32
tubo 5-15 5-26 5-30

u

uguaglianza 1-6 3-6 6-9
uguale 3-6 4-31 4-42 4-55 5-16 5-25 5-33 6-32 6-47 6-48 6-54 8-1 8-22
unico 4-58 6-2 6-47 8-37
uniforme 1-5 3-10 4-2 4-7 4-20 6-45 6-47 8-2 8-6 8-11
uniformità 8-11
unire 1-5 5-25
unità 1-5 2-2 2-3 2-4 2-5 2-6 3-2 3-6 3-9 3-10 4-30 4-31 4-54 5-15 8-22
universo 1-2
usare 5-18 5-32 5-34 5-35 5-36 5-37 5-38 6-2
uscente 5-25 5-26 6-10
uscire 3-26 4-3
uscita 7-6
uso 1-4 4-1 4-3 4-24 5-18
usufruire 5-32
utente 1-1 2-1 2-3 2-4 2-5 2-6 2-7 3-1 3-7 3-9 3-26 4-1 4-54 4-63 5-1 6-1 7-1 8-1

v

valanga 6-1
valere 1-3 3-3 4-38 5-27 6-6 6-50 6-58 8-2
valutazione 5-17 5-18
variabile 5-9 5-11 5-26 5-38 6-11
variante 4-6 4-59 4-60 4-61 4-63
variare 1-4 3-2 4-1 4-30 4-54 4-62 5-15 5-17 5-38 5-40 7-1 7-3 7-11 8-19 8-22
variazione 3-7 5-16 5-19 5-20 5-25 5-26 6-35 6-42 6-47 7-1 7-3 7-9 8-20 8-22
vedere 1-1 3-7 3-9 4-6 4-38 4-55 4-59 4-60 5-1 5-7 5-18 5-39 6-1 6-3 6-5 6-7 6-47 6-49 6-58 7-9 7-10 8-1 8-12
velocità 1-3 1-4 4-20 4-24 4-30 4-63 5-2 5-3 5-9 5-11 5-13 5-16 6-2 6-3 6-4 6-6 6-16 6-34 6-39 7-10 8-4 8-6 8-11 8-12 8-19 8-20 8-26
venire 4-38 4-60 6-16 7-1
verifica 1-3 1-8 3-2 3-6 3-7 3-10 4-38 4-55 4-59 5-1 5-17 5-19 5-33 5-41 6-1 6-2 6-3 6-16 6-35 7-9 7-10 8-1 8-11 8-22
verificare 1-3 1-6 3-26 5-9 5-11 5-18 5-40 5-41 6-16 6-34 6-42 7-10 8-22 8-26
versare 5-16
versione 7-9
verso 6-2 6-47 6-54 8-2 8-3 8-12
verticale 3-26 5-11 5-13 5-20 6-6 6-16 6-34 6-39 6-45 6-47 8-4 8-12 8-14 8-16 8-18 8-19 8-22
vertice 5-15 5-25 6-6 6-11 6-16 8-4
vettore 6-2 6-4 6-6 6-16 8-11 8-19 8-20
vettoriale 6-34 8-11
via 5-1 6-11
vicinanza 6-35 8-2
video 3-2 3-3 3-5 3-6 3-7 4-5 4-22 4-31 4-32 4-59 5-5 5-25 5-41
vincolo 4-42 5-25 6-34
virgola 3-8 5-6 5-7
virgolette 5-9
visibile 4-30 4-55 5-26 5-32
visivo 7-3
visualizzare 4-1 5-38
voce 3-9 4-21 4-55 6-42
vuoto 5-25

z

zero 4-42 8-19
zona 6-39 8-3

Code 4048570 W (0)
Printed in Italy

education

olivetti

AVVERTENZE PER L'UTILIZZO DELLE UNITÀ DIDATTICHE SU PERSONAL COMPUTER COLLEGATO IN RETE (OLINET-LAN)

Si segnala di non utilizzare i tasti [SHIFT] + [PRTSC] per ottenere l'hard-copy del video, in quanto tale comando, valido se il Personal Computer non è collegato in rete, non viene eseguito correttamente.

Si avverte anche che l'unità didattica è stata sviluppata in modo da utilizzare in ambiente rete la stampante definita come LPT1. È necessario, quindi, configurare la rete in base alla stampante a cui si vuole indirizzare la stampa.